Vážení zákazníci,

dovolujeme si Vás upozornit, že na tuto ukázku knihy se vztahují autorská práva, tzv. copyright.

To znamená, že ukázka má sloužit výhradně pro osobní potřebu potenciálního kupujícího (aby čtenář viděl, jakým způsobem je titul zpracován a mohl se také podle tohoto, jako jednoho z parametrů, rozhodnout, zda titul koupí či ne).

Z toho vyplývá, že není dovoleno tuto ukázku jakýmkoliv způsobem dále šířit, veřejně či neveřejně např. umisťováním na datová média, na jiné internetové stránky (ani prostřednictvím odkazů) apod.

redakce nakladatelství BEN – technická literatura
redakce@ben.cz

Tato publikace se skládá ze čtyř samostatných celků, které vznikaly postupně, mají samostatné číslování kapitol i obrázků a trochu odlišnou grafickou úpravu. Jejich sloučení zjednoduší distribuci a sníží cenu. Kurz základů elektroniky již dříve vyšel.

ZÁKLADY ELEKTROTECHNIKY – úvod

První kapitola seznamuje čtenáře s definicí základních veličin, Ohmovým zákonem, sériovým a paralelním řazením rezistorů, základními metodami řešení lineárních obvodů. Další kapitoly se zabývají elektrostatickým polem (kapacita kondenzátoru), magnetismem (permanentní magnet, cívka, elektromagnetická indukce) a střídavým proudem (řešením RLC obvodů pomocí fázorů a komplexních čísel).

Publikace je vhodná nejen pro 1. a 2 ročník SPŠE, ale i pro všechny technické a všeobecné střední školy a SOU, kde se elektrotechnika probírá. Celou tuto problematiku a hlavně řešené příklady jsem se snažil zpracovat co možná **nejstručněji** a s ohledem na **praktické využití**.

Při kreslení obrázků mám určitá technická omezení, věřím, že to čtenáři pochopí.

1 Proudové pole

Veličiny proudového pole

Elektrický proud je dán uspořádaným pohybem elektrických nábojů v určitém směru

I = Q/t [A, C : s].

Proud 1 A představuje náboj jednoho coulombu, který projde vodičem za 1 sekundu. Elektrický proud značíme písmenem **I**, jednotkou je **ampér (A)**. Definujeme jej pomocí silových účinků proudového pole. **Elektrický náboj** značíme **Q** a udáváme jej v **coulombech (C)**. V každém atomu existuje kladný náboj – proton a záporný náboj – elektron. Náboj nelze od částice oddělit. Nejmenší velikost má náboj elektronu. Označujeme jej $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$C . (1 C = $6{,}242 \cdot 10^{18}$ elektronů). Hmotnost elektronu $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-28}$kg.

Elektrický náboj se udává často v ampérhodinách (Ah). 1 Ah = 3 600 As = 3 600 C. Touto veličinou se udává např. náboj (nepřesně kapacita) baterie.

Příčinou elektrického proudu je zdroj elektrické energie, který vytváří **elektrické napětí**. Značíme jej **U** a udáváme jej ve **voltech (V)**. **Mezi dvěma body je napětí 1V, pokud k přenesení náboje 1 C mezi nimi musíme vykonat práci 1 J.**

U = A/Q [V, J, C]

Vodič se průchodem proudu zahřívá. Nosiče náboje – (nejčastěji volné elektrony kovů) narážejí na jádra atomů a způsobují jejich pohyb – teplo.

Proudová hustota J = I/S, udává se v ampérech na m^2 (častěji v A/mm^2). Aby se vodič průchodem proudu příliš nezahříval, nemá být proudová hustota obvykle vyšší než 4 A/mm^2 (platí pro měď nebo hliník).

Příklad: Vodičem prochází proud 0,5 A. Vypočítejte jeho minimální průměr, pokud nesmí být překročena proudová hustota 4 A/mm^2.

$S = I/J = 0{,}5/4 = 0{,}125\ (mm^2)$
$S = pd^2/4 \qquad d = \sqrt{(4S/p)} = 0{,}4$ mm

Výsledek zaokrouhlíme nahoru na nejbližší vyráběnou hodnotu.

Intenzita elektrického pole E udává jak se mění napětí v závislosti na délce vodiče **l,** udává spád napětí.

E = U/l (V/m, V, m)

Proud a napětí jsou veličiny skalární – celkové. Používají se pro homogenní proudové pole. Proudová hustota a intenzita elektrického pole jsou veličiny vektorové – místní. Používají se v nehomogenním (nestejnorodém) elektrickém poli.

Ohmův zákon – elektrický odpor

Elektrický odpor R vyjadřuje vlastnosti prostředí, kterým prochází elektrický proud. Každý vodič má elektrický odpor. Součástka, jejíž základní vlastností je odpor, se nazývá **rezistor** (hovorově též odpor, není ale správné).

R = U/I (Ω, V, A)

Jednotkou elektrického odporu jsou ohmy (kiloohmy kΩ, megaohmy MΩ). V slaboproudé technice je výhodnější často dosazovat napětí ve voltech, proud v miliampérech a odpor v kiloohmech. **Vodič má odpor 1 ohm, jestliže na něm při proudu 1 A naměříme úbytek napětí 1 V.**

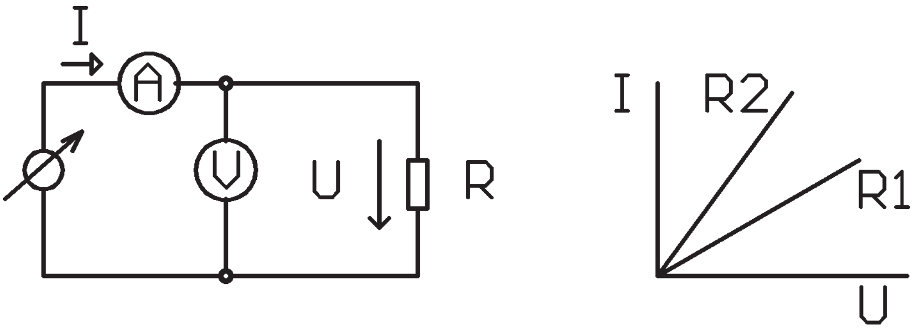
O platnosti Ohmova zákona se můžeme přesvědčit jednoduchým pokusem:

Připojíme rezistor k regulovanému zdroji napětí, pro měření proudu zapojíme ampérmetr A (do série s rezistorem), pro měření napětí voltmetr V (paralelně s rezistorem). Postupně zvyšujeme napětí zdroje, do tabulky zapíšeme naměřené hodnoty proudu a napětí. Naměřené hodnoty graficky znázorníme.

Závislost proudu na napětí (voltampérová – VA charakteristika) je přímka, která prochází počátkem souřadnic. Říkáme, že **závislost napětí a proudu je lineární**, rezistor je tedy **lineární součástka**. Obvod složený pouze z lineárních součástek se nazývá **lineární obvod**. Nahradíme-li původní rezistor R_1 jiným (v tomto případě menším) rezistorem R_2 získáme jiné hodnoty. Pro každý rezistor bude platit, že poměr napětí a proudu je vždy konstantní (VA charakteristika je přímka).

Stejných výsledků bychom dosáhli, kdybychom místo rezistorů použili vodiče z různých materiálů, různé délky a různého průřezu. Elektrický odpor je charakteristickou vlastností každého vodiče.

Odpor vodiče je přímo úměrný jeho délce, nepřímo úměrný jeho průřezu. Vlastnosti materiálu popisuje veličina **měrný odpor** ς (rezistivita), která se číselně rovná odporu vodiče 1 m dlouhého o průřezu 1 m^2.



Obr. 1.1 Ověření Ohmova zákona (V = voltmetr, A = ampérmetr)

Odpor vodiče **R = ς . 1/S** (Ω, Ω . m, m, m^2)

V praxi se udává měrný odpor jako odpor vodiče dlouhého 1 m o průřezu 1 mm^2 (Ω . mm^2 m^{-1})

Převrácenou hodnotou elektrického odporu je vodivost. Značí se G, jednotka siemens (S). Vodič má vodivost 1 siemens, má-li odpor 1 Ω. Obdobně definujeme měrnou vodivost **G = 1/R = I/U (S, A, V) = γS/l, kde γ = 1/ς je měrná vodivost.**

Teplotní závislost odporu

Měrný odpor se udává při teplotě 20 °C. S rostoucí teplotou jeho hodnota u kovů roste (tepelný pohyb atomů překáží pohybu volných elektronů). U nevodičů a polovodičů se naopak s rostoucí teplotou zvyšuje pravděpodobnost roztržení vazby mezi ionty nebo uvolnění elektronů. Tím se odpor snižuje.

Teplotní závislost měrného odporu na teplotě udává koeficient α **– teplotní součinitel odporu (K^{-1})**. Číselně vyjadřuje poměr změny odporu při ohřátí o 1 K k jeho původní velikosti. Velikost odporu v závislosti na oteplení bude $R = R_{20}\,[1 + \alpha\,(t - 20\ °C)]$, kde R_{20} je velikost odporu při teplotě 20 °C.

Nejlepšími vodiči jsou stříbro, **měď** a hliník. Nejpoužívanější je měď. Stříbro je příliš drahé. Hliník je sice levnější než měď, snadno se ale láme, vlivem tlaku se deformuje (uvolnění kontaktů na svorkovnicích a velmi těžko se pájí).

Tab. č. 1

Kov	**Měrný odpor (Ωmm^2m^{-1})**	α (**K^{-1}**)
stříbro	0,016 3	0,004
měď	0,017 8	0,004 2
hliník	0,028 5	0,004
zlato	0,023	0,003 7
železo	0,1	0,005 5
konstantan	0,5	$2,10^{-6}$

Zlato se používá k povrchové úpravě kvalitních konektorů

Existují speciální slitiny (konstantan, manganin) a s minimálním teplotním součinitelem odporu.

Z výše uvedených vztahů I = J . S, U = E . l, **R = ς/S** po dosažení do Ohmova zákona U = R . I získáme vztah mezi proudovou hustotou a intenzitou elektrického pole. (Ohmův zákon v diferenciálním tvaru).

E = ςJ, J = γE

Tyto vztahy platí v každém místě vodiče. Jejich sumarizaci v homogenním prostředí vznikne integrální tvar Ohmova zákona U = R . I

Příklad: Jak velký odpor má měděný vodič délky 15 m o průměru 0,1 mm? Jaký úbytek napětí na něm vznikne, protéká-li jím proud 0,1 A?

$\mathbf{S = \pi d^2/4} = 3{,}14 \,.\, 0{,}1^2/4 = 0{,}00785\ \text{mm}^2$
$\mathbf{R = \varsigma \,.\, l/S} = 0{,}0178 \,.\, 15/0{,}00785 = 34\ \Omega$
$\mathbf{U = R \,.\, I} = 34 \,.\, 0{,}1 = 3{,}4\ \text{V}$

Vidíme, že příliš malý průměr vodiče ve srovnání s protékajícím proudem není vhodný (ve výše uvedeném případě 12,73 A/mm^2). Vzniká na něm velký úbytek napětí, vodič se zahřívá a může se přepálit (viz dále).

Pro srovnání vypočítáme stejný příklad pro d = 0,4 mm.

S = 0,125 mm^2, R = 2,1 Ω. Zvětšením průměru 4krát se odpor vodiče zmenšil 16krát.

Příklad: Jaký musí být průměr měděného vodiče, který je dlouhý 2 m, aby na něm při proudu 4 A byl úbytek napětí 0,5 V?

$R = U/I = 0{,}5/4 = 0{,}125\ \text{W}$
$S = \varsigma l/R = 0{,}0178 \,.\, 2/0{,}125 = 0{,}285\ \text{mm}^2$
$d = \sqrt{(4S/\pi)} = \sqrt{0{,}3628} = 0{,}6\ \text{mm}$

Příklad: O kolik procent vzroste odpor měděného vinutí transformátoru při zvětšení teploty z 20 °C na 60 °C?

$R = R_{20}(1 + \alpha(t_2 - 20)) = R_{20}(1 + 0.0042 \,.\, (60 - 20)) = R_{20}(1 + 0{,}168)$

Odpor vzroste o 16,8 %.

Příklad: Jak dlouhý musí být měděný vodič, aby měl při teplotě 100 °C odpor 0,8 Ω při průměru 1,5 mm^2?

$R_{100} = R_{20}(1 + 0{,}0042 \,.\, 80) = 1{,}336 \,.\, R_{20}\ (\Omega)$
$R_{20} = R_{100}\ /1{,}384 = 0{,}8/1{,}384 = 0{,}599\ \text{W} = 0{,}6\ \Omega$ odpor při teplotě 20 °C
$S = \pi d^2/4 = 3{,}14 \,.\, 1{,}5^2/4 = 1{,}766\ \text{mm}^2$
$l = R_{20} \,.\, S/\varsigma = 0{,}6 \,.\, 1{,}766/0{,}0178 = 59{,}53\ \text{m}$

Práce, výkon a tepelné účinky elektrického proudu

Z definice napětí (práce potřebná k přenesení náboje) můžeme snadno odvodit vztah mezi výkonem, proudem a napětím (Joule-Lencův zákon)

$A = Q \,.\, U = I \,.\, t \,.\, U$ $\quad$ $P \,.\, t = I \,.\, t \,.\, U$ $\quad$ $\mathbf{P = I \,.\, U}$ (W, A, V)

Tímto vzorcem je možné také definovat napětí: 1 volt je napětí, při němž se na vodiči proudem 1 A vyvine výkon 1 W.

Elektrická práce, kterou vykoná stejnosměrný proud mezi dvěma místy v proudovém obvodu za určitou dobu je dána napětím U mezi těmito místy, proudem I a dobou t, po kterou tento proud obvodem prochází.

Elektrický proud, který obvodem prochází je vlastně pohybem elektrických nábojů, který koná práci. Práce se mění v teplo. Ztrátový výkon na vodiči nebo na rezistoru můžeme po dosazení do Ohmova zákona vypočítat ze vztahů:

$\mathbf{P = U \,.\, I = U^2/R = R \,.\, I^2}$

Při výpočtu používáme kterýkoliv z těchto vzorců. U výše uvedených příkladů vypočítejte ztrátový výkon na vodiči všemi způsoby, ověřte shodnost výsledků.

Při daném odporu vodiče jsou tepelné ztráty na vodiči úměrné druhé mocnině procházejícího proudu. Při přenosu elektrické energie na velkou vzdálenost používáme vysokých napětí a tím i malých proudů, abychom tyto ztráty snížili na minimum.

Elektrickou práci udáváme buď v **joulech** (wattsekunda) nebo v **kilowatthodinách**

$\mathbf{1\ kWh = 3{,}6 \,.\, 10^6\ J}$

V elektrických zařízeních (motor, transformátor) dochází k přeměně energie z jedné formy na druhou. Využití energie není nikdy stoprocentní, část energie se ztrácí ve formě tepla. Definujeme **příkon P_1, výkon P_2 a účinnost h**

η **= 100 % . P_2/P_1 (%, W, W)**

Příklad: Topnou spirálou vařiče prochází při napětí 220 V proud 2,5 A. Jakou práci vykoná elektrický proud za 40 minut? Jaký je příkon vařiče?

$P = U \,.\, I = 220 \,.\, 2{,}5 = 550$ W – příkon vařiče
$A = P \,.\, t = 550 \,.\, 40 \,.\, 60 = 1\,320\,000$ J = 0,367 kWh

Příklad: Motor odebírá při napětí 230 V proud 1,2 A. Jaký je jeho výkon, pokud účinnost je 90 %.

P_1 (příkon) = $U \,.\, I = 230 \,.\, 1{,}2 = 276$ W
P_2 (výkon) = $P_1 \,.\, \eta = 276 \,.\, 0{,}9 = 248{,}4$ W

Příklad: Na rezistoru 100 Ω jsme naměřili úbytek napětí 5 V. Jak velký proud jím teče a jak velký je ztrátový výkon?

$R = U/I = 5/100 = 0{,}05\ A = 50\ mA$
$P = U^2/R = 5^2/100 = 0{,}25\ W$ nebo $P = U\ .\ I = 5\ .\ 0{,}05 = 0{,}025\ W$

Příklad: Rezistor má hodnotu 4,7 Ω a maximální dovolené výkonové zatížení 0,2 W. Jak velký proud jím může protékat a jak velké napětí na něm může trvale být?

$U = \sqrt{(PR)} = \sqrt{(0{,}2\ .\ 4{,}7)} = \sqrt{0{,}94} = 0{,}97\ V$
$I = \sqrt{(P/R)} = \sqrt{(0{,}2/4{,}7)} = \sqrt{0{,}04255} = 0{,}206\ A$

Zdroje napětí a proudu

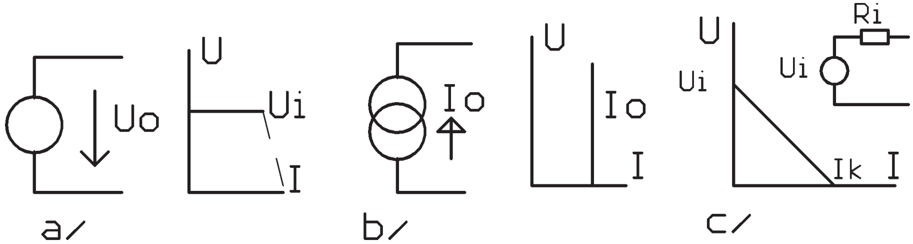
Zdroje dodávají do elektrického obvodu napětí a proud a tím i výkon. Zdrojem stejnosměrného napětí je nejčastěji **baterie** (akumulátor), kde vzniká napětí a proud díky chemickým reakcím. Zdrojem střídavého napětí jsou nejčastěji **generátory** v elektrárnách. Ze střídavého napětí můžeme vyrobit stejnosměrné v přístroji, který se nazývá **laboratorní zdroj.**

Vývody stejnosměrného zdroje označujeme + a – . Technický směr proudu byl dříve zaveden od + k –. K později se zjistilo, že směr pohybu elektronů, které jsou nositeli proudu je opačný. Při řešení obvodů používáme ideální zdroje. **Ideální zdroj napětí** dává **konstantní napětí** bez ohledu na velikost odebíraného proudu. **U skutečného zdroje dochází** vždy **při odběru proudu k poklesu** svorkového **napětí**. Napětí zdroje **naprázdno** nazýváme **vnitřní napětí zdroje U_i**. V sérii s tímto zdrojem je **vnitřní odpor zdroje R_i.**

Závislost svorkového napětí na odebíraném proudu vyjadřuje **zatěžovací charakteristika**. Ve většině případů (lineární zdroje) se jedná o přímku, která spojuje 2 body U_i a I_k, kde I_k je zkratový proud zdroje $I_k = U_i/R_i$. U většiny zdrojů musíme zajistit, aby nepracovaly do zkratu, jinak hrozí jejich zničení akumulátory (např. autobaterie) mají velmi malý vnitřní odpor (řádově 0,1 Ω), jejich zkratový proud je 100–200 A. Tepelné účinky tohoto proudu mohou být nebezpečné.

Běžné tužkové monočlánky mají vnitřní odpor řádově 1 Ω, při zkratu se silně zahřejí a brzy se zničí.

Laboratorní (stabilizovaný) zdroj se chová jako ideální zdroj napětí. Při překročení přednastaveného proudového odběru (jednotky miliampér až jednotky ampér) dojde k prudkému



Obr. 1.2
a) Schematická značka a zatěžovací charakteristika ideálního zdroje napětí (čárkovaně působení proudové pojistky)
b) Schematická značka a zatěžovací charakteristika ideálního zdroje proudu
c) Náhradní schéma a zatěžovací charakteristika skutečného lineárního zdroje

poklesu napětí, aby se zdroj nezničil nebo se nepoškodily obvody k němu připojené. Odpor sítě (400/230 V) je rovněž velmi malý. Proti zkratu je rozvod napětí chráněn jističi. Zkratový proud by jinak poškodil vedení a mohl způsobil požár.

Ideální zdroj proudu má **nekonečně velký vnitřní odpor**. Dodává do zátěže stále **stejný proud** nezávisle na velikosti připojené zátěže.

Zdroje napětí můžeme bez problémů zapojovat do série za účelem zvýšení napětí. Při paralelním zapojení na účelem zvýšení odběru proudu je nutná velká opatrnost. Zdroje musí mít stejné s vnitřní napětí i vnitřní odpor, jinak hrozí jejich zničení vyrovnávacími proudy.

1. KIRHOFFŮV ZÁKON – algebraický **součet proudů do uzlu vstupujících se rovná součtu proudů z uzlu vystupujících.** Uzel je místo, kde se stýkají 2 nebo více vodičů. Tento zákon je v podstatě zákonem zachování elektrického náboje. Znaménkem, které proudům přiřadíme, rozlišujeme proudy do uzlu vstupující (např. +) a proudy z uzlu vystupující (např. –).

Jako příklad si odvodíme vzorec pro **PARALELNÍ ŘAZENÍ REZISTORŮ.**

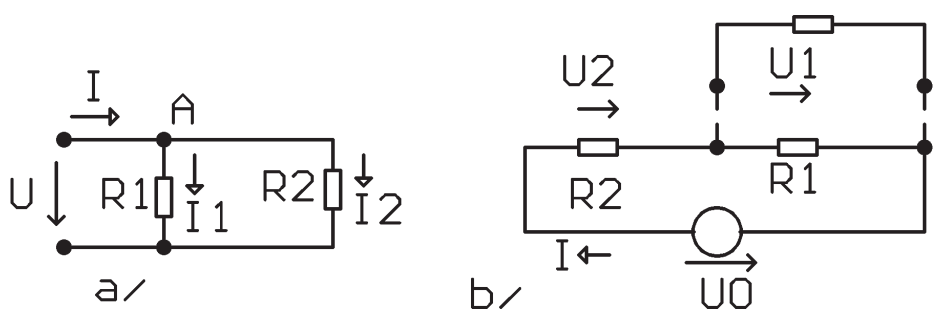
Pro uzel A platí: $I = I_1 + I_2$ do tohoto vztahu dosadíme:

$I_1 = U/R_1$ $I_2 = U/R_2$ $R = U/I$ na všech rezistorech je **stejné napětí**
$U/R = U/R_1 + U/R_2$ vydělíme U
$\mathbf{1/R = 1/R_1 + 1/R_2}$ častěji uvádíme ve tvaru $\mathbf{R = (R_1R_2)/(R_1+R_2)}$

2. KIFHOFFŮV ZÁKON – algebraický **součet svorkových napětí zdrojů a všech úbytků napětí na spotřebičích v uzavřené smyčce se rovná 0 nule.** Smyčka je uzavřená dráha v části obvodu. Tento zákon je zákonem zachování energie.

Při průchodu náboje elektrickým polem vzniká práce. Napětí na každém spotřebiči je dáno prací potřebnou k přemístění náboje. Projde-li náboj po uzavřené dráze musí být tato nulová, náboj se vrátí do místa stejného potenciálu (potenciál = napětí vůči referenčnímu uzlu – zemi).

Jako příklad použití si odvodíme vzorec pro **SÉRIOVÉ ŘAZENÍ REZISTORŮ**.



Obr. 1.3 Odvození vzorce pro a) paralelní (dělič proudu), b) sériové (dělič napětí) řazení rezistorů

$R_1 I + R_2 I - U_o = 0$
$(R_1 + R_2)\, I = U_o$ $R = U_o/I$ $\mathbf{R = R_1 + R_2}$ všemi rezistory teče **stejný proud**

V obvodu vyznačíme šipkou smysly proudů v jednotlivých smyčkách. Směr proudu si můžeme zvolit libovolně. Pokud proud vyjde záporný, znamená to, že jeho směr je opačný.

Vyjdeme od zvoleného uzlu a postupujeme smyčkou stále stejným směrem. Součiny R . I zapisujeme jako kladné, pokud je-li směr proudu totožný se směrem našeho postupu ve smyčce. Viz metoda smyčkových proudů popsaná v [3].

Dělič napětí

Z výše uvedeného obrázku b sériového zapojení rezistorů si odvodíme důležitý vztah pro dělič napětí

$U_1 = R_1 I$ $U_2 = R_2 I$ $U = (R_1 + R_2) . I$
$\mathbf{U_1/U} = R_1 I/(R_1 + R_2) I = \mathbf{R_1/(R_1 + R_2)}$

Příklad: Jaký je výsledný odpor paralelního spojení dvou rezistorů o hodnotách 1 kΩ?

$R = R_1 R_2/(R_1 + R_2) = 0{,}5\ (k\Omega)$

Zapamatujte si, že **odpor paralelního spojení dvou stejných rezistorů se rovná polovině hodnoty tohoto rezistoru.**

Přidáme-li k rezistoru paralelně jiný, jeho odpor se vždy zmenší.

Příklad: O kolik procent se sníží odpor, přidáme-li k rezistoru 4,7 kΩ rezistor 47 kΩ? R = 4,7 . 47/(4,7 + 47) = 4,273 kΩ = 90,9 % původní hodnoty. Pro přibližný odhad (abyste při experimentování nemuseli pořád brát do ruky kalkulačku) doporučuji předpokládat, že přidání paralelního rezistoru 10× (100×) většího sníží odpor daného rezistoru o 10 (1) %.

Příklad: Odhadněte odpor paralelního spojení dvou rezistorů 10 kΩ a 15 kΩ.

Odhad: Výsledný odpor je podobný jako odpor paralelního spojení dvou rezistorů 12,5 kΩ (aritmetický průměr obou hodnot to je 6,25 kΩ).

Výpočet: 10 . 15/(10+15) = 6 kΩ se příliš neliší od odhadu

Příklad: Navrhněte dělič napětí z 12 V na 5 V.

$U_1 = U . R_1/(R_1 + R_2)$ $5 = 12 . R_1/(R_1 + R_2)$
$5/12 = R_1/(R_1 + R_2)$ $5/7 = R_1/R_2$

Úloha má nekonečně mnoho řešení, po která platí, že $R_1 : R_2 = 5 : 7$. Vidíme, že **napětí na rezistorech se v sériovém zapojení dělí v poměru jejich velikostí**.

Příklad: Navrhněte dělič napětí z 10 V na 4 V tak, aby jím tekl proud maximálně 5 mA.
Pro hodnoty R_1 a R_2 v mezním případě platí
$R_1 + R_2 = U/I = 10/5 = 2$ kΩ (dosazujeme V, mA, kΩ, je to pohodlnější)
$R_1/R_2 = 4/6 - R_1 = 2R_2/3$

Máme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých, kterou dále upravíme:

$2R_2/3 + R_2 = 2$ $5R_2/3 = 2$ $R_2 = 6/5 = 1{,}2\ k\Omega$ $R_1 = 0{,}8\ k\Omega$

Příklad: Jak se změní napětí z předchozího příkladu, když k děliči (paralelně k rezistoru R_1, jak je naznačeno na *obr. 1.3b*) připojíme paralelně rezistor 500 Ω. Jaký bude potom proud děličem?

$R_1' = 0{,}8 \,.\, 0{,}5/(0{,}5 + 0{,}8) = 0{,}4/1{,}3 = 0{,}31\ k\Omega$ (nové hodnoty označíme čárkou)
$U_1' = 10 \,.\, 0{,}31/(0{,}31 + 1{,}2) = 2{,}05\ V$ $I' = U/(R_1' + R_2) = 6{,}62\ mA$

Vidíme, že zatížením děliče rezistorem podobné nebo menší hodnoty, jako jsou rezistory v děliči, se napětí podstatně sníží, odběr proudu se zvýší.

Příklad: K děliči napětí složeném ze dvou rezistorů o hodnotách 1 kΩ připojíme paralelně k rezistoru R_1 rezistor 10 kΩ. Jak se změní výstupní napětí U_1?

Původní napětí: $U_1 = U_o/2 = 0{,}5\ U_o$
Nová hodnota rezistoru: $R_1' = 1 \,.\, 10/(1 + 10) = 0{,}909\ k\Omega$
Nové napětí: $U_1 = U_o \,.\, R_1/(R_1 + R_2) = U_o \,.\, 0{,}909/1{,}909 = 0{,}476\ U_o$
Napětí na děliči kleslo přibližně o 5%.

Čím větší rezistor k děliči paralelně zapojíme, tím menší bude změna výstupního napětí.

Příklad: Navrhli jsme dělič napětí $U_o = 12$ V, $R_1 = 1$ kΩ, $R_2 = 3$ kΩ. Napájecí (vstupní) napětí U_o se ale změnilo z 12 V na $U_o' = 10$ V. Jak musíme upravit R_2, aby výstupní napětí děliče zůstalo zachováno?

$U_1 = 12 \,.\, 1/(3 + 1) = 3\ V$ původní napětí na děliči
$U_1 = 10 \,.\, 1/(3 + 1) = 2{,}5\ V$ nové napětí na děliči
$U_1 = U_o' \,.\, R_1/(R_1 + R_2')$ napětí na děliči po změně obvodu
$3 = 10 \,.\, 1/(1 + R_2')$
$R_2' = 7/3 = 2{,}33\ k\Omega$ R_2 musíme změnit na 2,33 kΩ

Druhý způsob: Proud děličem musí zůstat stejný.

$I = U_o/(R_1+R_2) = 3\ mA$ nebo $I = U_0'/(R_1+R_2') = 3\ mA$

na R_2' bude úbytek napětí 10 – 3 = 7 V
$R_2' = 7/3 = 2{,}33\ k\Omega$

K původnímu rezistoru R_2 musíme přidat rezistor R_p (pokud R_2 nechceme vyletovat z desky) tak, aby platilo $R_2' = R_2 \,.\, R_p/R_2 + R_p$.

$2{,}33 = 3R_p/(3 + R_p)$ $7 + 2{,}33\ R_p = 3R_p$ $7 = 0{,}66R_p$ $10{,}60\ k\Omega = R_p$

Příklad: Ke zdroji napětí U = 30 V jsou zapojeny v sérii 3 rezistory $R_1 = 5$ kΩ, $R_2 = 3$ kΩ, $R_3 = 7$ kΩ. Jaké napětí na nich bude?

Platí: $U_1 + U_2 + U_3 = U = 30\text{ V}$ $\mathbf{U_1 : U_2 : U_3 = R_1 : R_2 : R_3} = 5 : 3 : 7$
$U_1 = 10\text{ V}, U_2 = 6\text{ V}, U_3 = 14\text{ V}$

Druhý způsob: Vypočítáme proud tekoucí obvodem a z Ohmova zákona vypočítáme napětí na rezistorech.

$I = U/(R_1 + R_2 + R_3) = 30/(5 + 3 + 7) = 2\text{ mA}$
$U_1 = 2R_1 = 10\text{ V}$ $U_2' = 2R_2 = 6\text{ V}$ $U_3 = 2R_3 = 14\text{ V}$

Nakonec zkontrolujeme, zda platí 2. Kirhoffuv zákon (kdyby náhodou neplatil, byla by ve výsledku chyba) $U = U_1 + U_2 + U_3$.

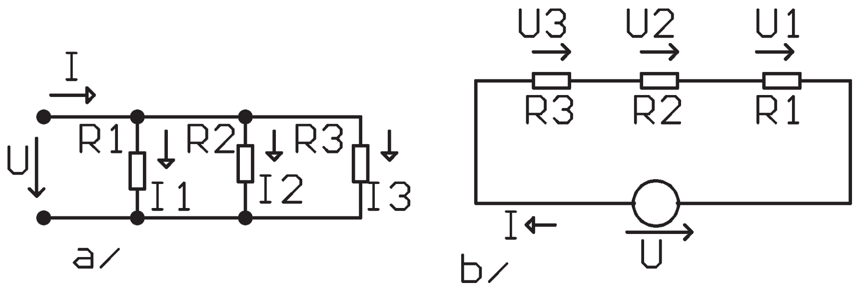
Příklad: Ke zdroji napětí 12 V jsou paralelně připojeny rezistory $R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $R_2 = 4\text{ k}\Omega$ a $R_3 = 2\text{ k}\Omega$. Vypočítejte proud tekoucí tímto obvodem a výsledný odpor této kombinace rezistorů. Výsledný proud bude součtem proudů jednotlivými rezistory.

$I_1 = U/R_1 = 12/1 = 12\text{ mA}$ $I_2 = U/R_2 = 12/4 = 3\text{ mA}$
$I_3 = U/R_3 = 12/2 = 6\text{ mA}$ $I = I_1 + I_2 + I_3 = 12 + 3 + 6 = 21\text{ mA}$
$R = U/I = 12/21 = 0{,}571\text{ k}\Omega$

Druhý způsob: Vypočítat výsledný odpor a z něj pak proud.

$\mathbf{1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} = 1/(1 + 0{,}25 + 0{,}5) = 1/1{,}75$ $R = 0{,}571\text{ k}\Omega$

Vidíme, že řešit elektronické obvody můžeme různými způsoby, všechny musí vést ke stejným výsledkům.



Obr. 1.4
a) paralelní, b) sériové řazení více rezistorů

Sérioparalelní řazení rezistorů

Při řešení složitějších obvodů provádíme jeho zjednodušení podle pravidel o sériovém a paralelním řazení rezistorů. Tento postup si ukážeme na následujících dvou příkladech.

Příklad: Vyřešte následující obvod (*obr. 1.5*). Vypočítáme výsledný odpor, celkový proud obvodem a případně další veličiny.

$R = R_1 + ((R_2 \text{ par. } R_3) \text{ par. } R_4)$ $\quad$ $R = 20 + 2{,}72 = 22{,}72\ \Omega$

Celkový proud obvodem $\quad I_1 = U/R = 20/22{,}72 = 0{,}88$ A.
Úbytek napětí na R_1 bude $\quad U_{R1} = R_1 \,.\, I_1 = 20 \,.\, 0{,}88 = 17{,}60$ V.
Úbytek napětí na $R_2\,R_{3,}\,R_4$ $\quad U_{R2,3,4} = U\text{-}\ U_{R1} = 20 - 17{,}6 = 2{,}4$ V.

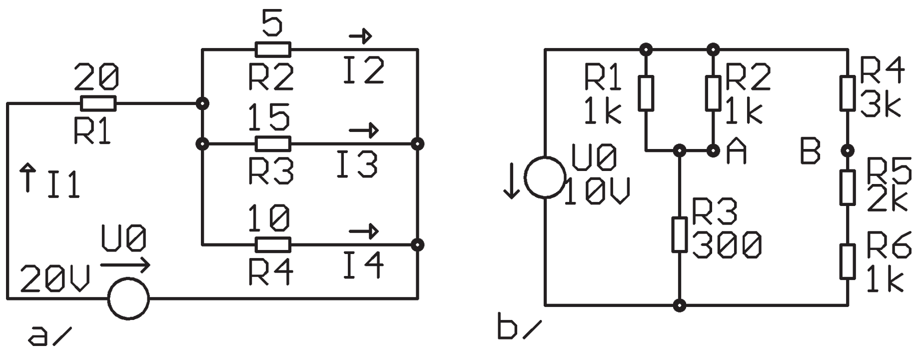
Nakonec vypočítáme proudy:

$I_2 = U_{R2,3,4}/R_2 = 2{,}4/5 = 0{,}48$ A $\quad$ $I_3 = U_{R2,3,4}/R_3 = 2{,}4/15 = 0{,}16$ A
$I_4 = U_{R2,3,4}/R_4 = 2{,}4/10 = 0{,}24$ A

Všimněte si, že platí 1. Kirhoffův zákon $I_1 = I_2 + I_3 + I_4$ (kdyby náhodou přestal platit, počítejte znovu a pozorněji).

Tento obvod bychom mohli rovněž řešit **metodou uzlových napětí**. V obvodu je jeden nezávislý uzel, pro který sestavíme rovnici $I_1 = I_2 + I_3 + I_4$, do které dosadíme:

$(U - U_{R2,3,4})/R_1 = U_{R2,3,4}/R_2 + U_{R2,3,4}/R_3 + U_{R2,3,4}/R_3$ a kterou vyřešíme.

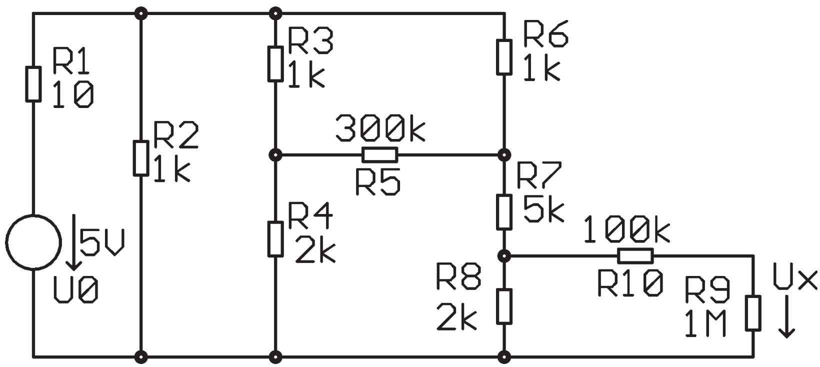


Obr. 1.5 Sérioparalelní řazení rezistorů

Příklad: Vypočítejte napětí mezi body A a B v obvodu b).
Obvod nejprve zjednodušíme. Sloučíme rezistory R_1, R_2 a R_5, R_6.

R_1 par. $R_2 = R_{1,2} = 0{,}5$ kΩ $\quad$ $R_5 + R_6 = R_{5,6} = 3$ kΩ
$U_A = U_o R_3/(R_3 + R_{1,2}) = 10 \,.\, 3/(0{,}3 + 0{,}5) = 3/0{,}8 = 3{,}75$ V
$U_B = U_o R_{5,6}/(R_4 + R_{5,6}) = 10 \,.\, 3/6 = 5$ V
$U_B - U_A = 1{,}25$ V

Při řešení (analýze) obvodů bychom si měli uvědomit, že na rozdíl od matematiky nikdy nezískáme přesné (exaktní) řešení. Skutečné rezistory mají výrobní tolerance (v současnosti typicky 1 %, dříve 5, 10 nebo 20 %). Jak poznáme později, v mnoha případech není absolutní přesnost příliš důležitá. Přesné řešení složitých obvodů je navíc poměrně složité, někdy vyžaduje i výpočetní techniku. Pokud je to možné, snažíme se proto obvod zjednodušit. Na následujícím příkladu si ukážeme některá pravidla pro **zjednodušování.**



Obr. 1.6 Zjednodušování složitých obvodů

Hodnota rezistoru R_1 je zanedbatelně malá oproti ostatním rezistorům. Proto jej nahradíme zkratem.

Rezistor R_2 je paralelně připojen ke zdroji napětí, můžeme jej vynechat. (Na samotném děliči R_1, R_2 je téměř plně napájecí napětí.)

Hodnota rezistoru R_5 je o 2 řády vyšší než hodnoty R_3, R_4, R_6, R_7, R_8. Vynecháním tohoto rezistoru může vzniknout chyba řádově 1 %.

Hodnoty R_{10} a R_9 jsou mnohem větší než hodnoty R_9 a R_{10}. Podle pravidla o rozdělení proudů paralelně zapojených rezistorech (proudy tekoucí jednotlivými rezistory jsou v převráceném poměru jejich hodnot) můžeme předpokládat, že proud tekoucí před R_9 a R_{10} bude zanedbatelný oproti proudu tekoucímu přes R_8 a rezistory R_9 a R_{10} neovlivní podstatným způsobem napětí na R_8. Po zkratování R_1, vynechání R_2 a R_5 a zanedbání R_9 a R_{10} vypočítáme napětí na rezistoru R_8.

$$U_{R8} = U_o \,.\, R_8/(R_8 + R_7 + R_6) = 5 \,.\, 2/(2 + 5 + 1) = 1{,}25\ \text{V}$$
$$U_x = U_{R8} \,.\, R_9/(R_9 + R_{10}) = 1{,}25 \,.\, 1 \,.\, 10^6/(1{,}1 \,.\, 10^6) = 1{,}136\ \text{V}$$

Tento příklad bychom mohli přesně vyřešit s použitím Theveninovy věty, případně transfigurace trojúhelník – hvězda (viz dále).

Nastavit děličem přesnou hodnotu napětí je často obtížné, protože rezistory se vyrábějí v určitých hodnotách – řada E_{12}, E_{24}. Je rovněž třeba si uvědomit, že návrh (syntéza) elektrických obvodů nedává jedno možné řešení. Optimální oblast řešení tvoří vždy určitý interval hodnot. Například při návrhu děliče napětí musíme dodržet vzájemný poměr hodnot rezistorů – dělicí poměr. Jejich velikost nemá být příliš malá, aby dělič neodebíral zbytečně velký proud, ani příliš velká, aby při zatížení děliče dalšími obvody se příliš nezměnila hodnota jeho výstupního napětí. Děličem by měl téct naprázdno proud alespoň 10× větší než proud tekoucí do připojeného obvodu.

Příklad: Navrhněte dělič napětí z 15 V na 5 V tak, abychom mohli výstupní napětí nastavit v rozsahu 4,5 až 5,4 V. Předpokládám odběr proudu z děliče menší než 10 mikroampér (viz *obr. 1.7*).

Zvolíme proud děličem naprázdno přibližně 100 mikroampér a dělící poměr 2/1. To znamená $R_1 + R_2 = 150$ kΩ, $R_1 = 47$ kΩ, $R_2 = 100$ kΩ a $P_1 = 10$ kΩ (běžně vyráběné hodnoty). Ověříme, zda výsledek odpovídá zadání, případně upravíme hodnoty součástek.

$U_{1min} = U_o R_1/(R_1 + R_2 + P_1) = 15 \,.\, 47/(47 + 10 + 100) = 4{,}49$ V
(jezdec P_1 vytočen směrem dolů)
$U_{1max} = U_o(R_1 + P_1)/(R_1 + P_1 + R_2) = 15(47 + 10)/(47 + 10 + 100) = 5{,}44$ V
(jezdec P_1 vytočen směrem nahoru)

Při návrhu podobných obvodů často děláme tzv. **toleranční analýzu**. To znamená, že zjišťujeme vliv změn jednotlivých veličin (napětí 15 V) a toleranci součástek (R_1, R_2).

Příklad: Jak se může klesnout hodnota U_o z předcházejícího příkladu, aby U_1 bylo možné nastavit maximálně na 5 V, jsou-li tolerance R_1 a R_2 5 %?

Dosadíme nejnepříznivější případ, tzv. $R_{1n} = 0{,}95 \,.\, 47 = 44{,}65$ kΩ,

$R_{2n} = 1{,}05 \,.\, 100 = 105$ kΩ, P_1 vytočíme na maximální napětí
$U_1 = 15 \,.\, (44{,}65 + 10)/(105 + 44{,}65 + 10) = 5{,}13$ V

Dělící poměr (U_1/U_o) je 0,342. Pro minimální napětí 5 V musí být $U_o = 5/0{,}342 = 14{,}61$ V.

Při návrhu elektronických obvodů nás v určitých případech musí kromě hodnoty rezistorů zajímat i jejich maximální **výkonové zatížení**, které nesmíme překročit.

Příklad: Jaké nejmenší hodnoty rezistorů bude mít odporový dělič z 30 V na 10 V, pokud chceme použít rezistory s maximálním ztrátovým výkonem 0,6 W?

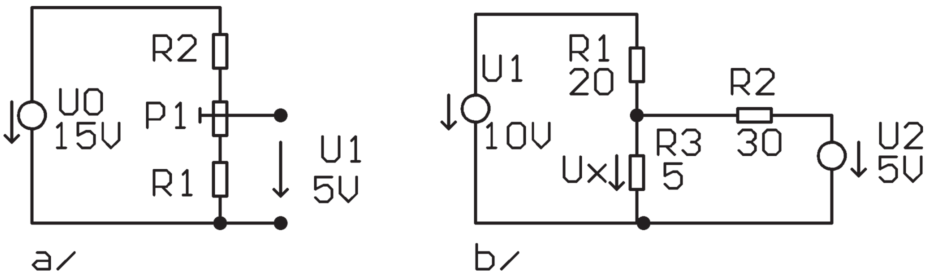
Na více zatíženém rezistoru R_2 (při stejném proudu je na něm větší napětí než na R_1) bude úbytek napětí 20 V. Pro výkonové zatížení 0,6 W vypočítáme maximální proud, který může téci děličem $I_{max} = P/U = 0{,}6/20 = 0{,}03$ A = 30 mA.

Z této hodnoty vypočítáme součet odporů děliče $R_1 + R_2 = U/I_{max} = 30/30 = 1$ kΩ.

Navrhneme jednotlivé odpory tak, aby byl přibližně dodržen požadovaný dělící poměr. Používáme běžně vyráběné hodnoty (řada E12, E24, viz [3]).

Vypočtené hodnoty zaokrouhlíme (u R_2 nahoru, aby se maximální výkon nepřekročil) na nejbližší vyráběné hodnoty a pro kontrolu vypočítáme s těmito hodnotami napětí na výstupu děliče. Pokud toto napětí potřebujeme přesně nastavit (jednorázově), přidáváme k rezistorům R_1 a R_2 paralelně další rezistory nebo použijeme odporový trimr.

$R_2 = 680\ \Omega \quad R_1 = 330\ \Omega \quad U_1 = 30 \,.\, 330/(330 + 680) = 9{,}8$ V



Obr. 1.7
a) Dělič napětí s odporovým trimrem
b) Obvod s více zdroji napětí

Princip superpozice

Pokud v lineárním obvodu působí **několik zdrojů současně**, určíme napětí nebo proud na libovolném prvku jako **součet příslušných napětí nebo proudů vyvolaných jednotlivými zdroji samostatně.**

Napětí nebo proud vyvolaný jednotlivými zdroji samostatně vypočítáme tak, že ostatní zdroje napětí nahradíme zkratem (případně zdroje proudu vyřadíme) a obvod vyřešíme stejně jako u předcházejících případů. (Superpozice platí pouze pro napětí a proud, pro výkon nikoliv – kvadratická závislost na U a I).

Příklad: Vypočítejte napětí U_x.

Příspěvek od U_1: $U_{x1} = U_1(R_{3\,par} R_2)/(R_1 + (R_{3\,par} R_2)U_2$ zkratováno

$U_{x1} = 10 \,.\, 4{,}29/(4{,}29 + 20) = 1{,}76$ V

Příspěvek od U_2: $U_{x2} = U_2(R_3 \text{ par. } R_1)/((R_3 \text{ par. } R_2) + R_2)$ U_1 zkratováno

$U_{x2} = 5 \,.\, 4/(4 + 30) = 0{,}59$ V

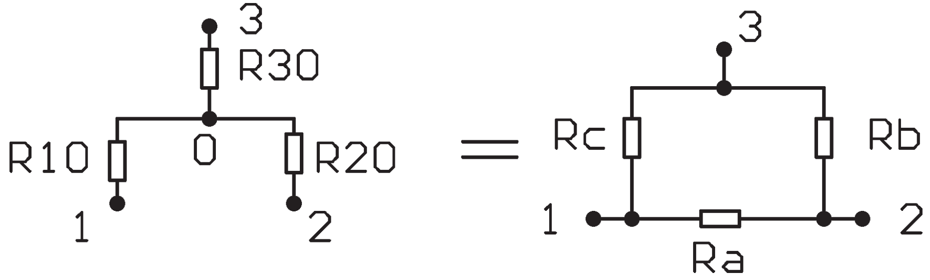
$U_x = U_{x1} + U_{x2} = 1{,}76 + 0{,}59 = 2{,}35$ V

Pro kontrolu můžeme obvod zkusit vyřešit metodou uzlových napětí, v obvodu je 1 nezávislý uzel, pro který sestavíme rovnici.

$(U_1 - U_x)/R_1 + (U_2 - U_x)/R_2 = U_x/R_3$
$(10 - U_x)/20 + (5 - U_x)/30 = U_x/5$ /. 60
$30 - 3U_x + 10 - 2U_x = 12U_x$
$40 = 17U_x$
$2{,}35 = U_x$

TRANSFIGURACE TROJÚHELNÍK – HVĚZDA (a hvězda – trojúhelník) se používá při zjednodušování zapojení, které není ani paralelní, ani sériové.

$R_{10} = R_a R_c/(R_a + R_b + R_c)$ $R_{20} = R_a R_b/(R_a + R_b + R_c)$
$R_{30} = R_b R_c/(R_a + R_b + R_c)$
$R_a = R_{10} + R_{20} + R_{10}R_{20}/R_{30}$ $R_b = R_{20} + R_{30} + R_{20}R_{30}/R_{10}$
$R_c = R_{10} + R_{30} + R_{10}R_{30}/R_{20}$



Obr. 1.8 Transfigurace trojúhelník hvězda

Theveninova věta

Libovolně složitý **lineární obvod** lze k jeho libovolným dvěma **svorkám nahradit obvodem ideálního zdroje napětí U_n v sérii s rezistorem R_n.** Napětí U_n bude **napětí na těchto svorkách naprázdno.**

Vnitřní odpor tohoto zdroje vypočítáme jako **odpor mezi výstupními svorkami, pokud je zátěž odpojena, zdroje napětí zkratovány a zdroje proudu odpojeny.**

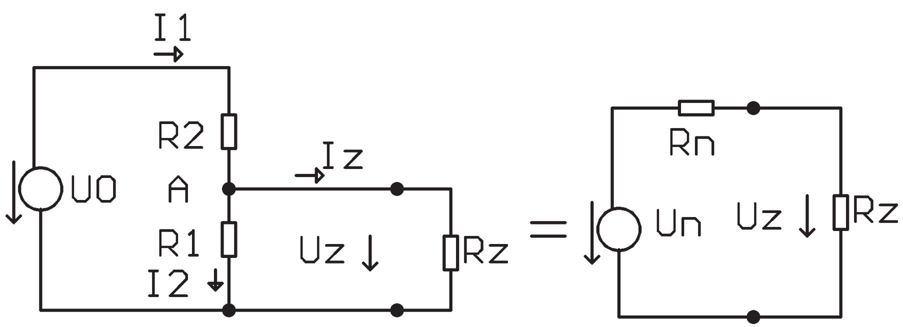
Odvození provedeme pro její nejjednodušší a taky nejčastější aplikaci – dělič napětí.

Pro uzel A platí 1. Kirhoffův zákon

$I_1 - I_2 - I_z = 0$ I_z = proud do zátěže
$(U_0 - U_z)/R_1 - U_z/R_2 - I_z = 0$ vynásobíme R_1R_2
$(U_0 - U_z)\, R_2 - U_zR_1 - I_zR_1R_2 = 0$
$(U_0R_2 - U_z(R_1 + R_2) - I_zR_1R_2 = 0$

Napětí na zátěži $U_z = U_0R_2/(R_1 + R_2) - I_zR_1R_2/(R_1 + R_2)$.
Můžeme jej rovněž vyjádřit ve tvaru $U_z = U_n - R_nI_z$.

$U_n = UR_2(R_1 + R_2)$ napětí naprázdno na děliči
$R_n = R_1R_2/(R_1 + R_2)$ paralelní spojení R_1 a R_2

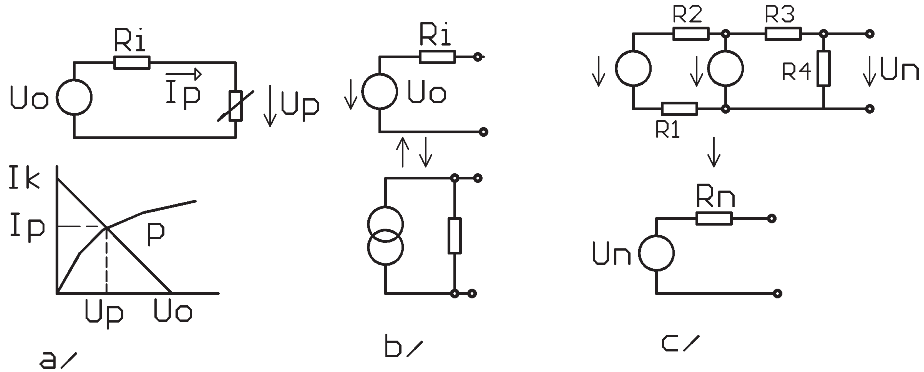


Obr. 1.9 Odvození Theveninovy věty

Nortonova věta

Libovolný **obvod složený z lineárních prvků** lze **nahradit** vzhledem k libovolným dvěma svorkám **obvodem obsahující ideální zdroj proudu I_0, ke kterému paralelně připojíme rezistor R_i.**

I_0 je proud, který by procházel **zkratovanými výstupními svorkami**. Odpor **R_i** vypočítáme jako **odpor mezi výstupními svorkami, pokud je zátěž odpojena, zdroje napětí zkratovány a zdroje proudu odpojeny.**



Obr. 1.10
a) Grafické řešení nelineárních obvodů
b) Obvod zjednodušený podle Nortonovy věty
c) Obecný obvod zjednodušený podle Theveninovy věty ($R_n = R_4$ par. R_3)

Příklady na Theveninovu větu a řešení nelineárních obvodů najde čtenář v [3].

Řešení nelineárních obvodů

Obvod obsahující alespoň jeden nelineární prvek je nelineární. Nejznámější nelineární prvky jsou **žárovka** (průchodem elektrického proudu se její vlákno rozžhaví a zvětší svůj odpor), **termistor** (vyroben z materiálu o vysokém – záporném teplotním součiniteli vodivosti, s rostoucí teplotou klesá jeho odpor, **pozistor** (s rostoucí teplotou roste odpor), **varistor** (s rostoucím napětím a intenzitou elektrického pole uvnitř jeho struktury se „otvírá", jeho odpor se zmenšuje, slouží jako přepěťová ochrana).

Mezi nelineární součástky patří **všechny polovodiče – diody, tranzistory, integrované obvody**.

Matematické řešení takových obvodů, např. metodou smyčkových proudů nebo uzlových napětí by bylo velmi obtížné. Především bychom k němu museli znát matematickou rovnici **VA** (voltampérové) **charakteristiky** tohoto nelineárního prvku **I = f(U)**, kterou nemáme vždy k dispozici.

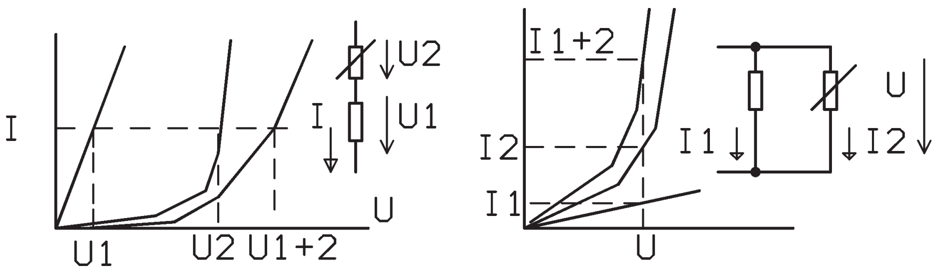
VA charakteristiky nelineárních prvků, pokud ji u daného prvku nenajdeme v katalogu výrobce, získáváme nejčastěji **měřením** (použijeme laboratorní zdroj, voltmetr, ampérmetr, schéma měřícího obvodu viz kapitola Ohmův zákon). Obvykle na osu x vynášíme napětí, na osu y proud.

Máme-li nelineární prvek připojen do obvodu s lineárními součástkami (zdroje napětí, zdroje proudu, rezistory), snažíme se celé zapojení **zjednodušit pomocí Theveninovy věty** tak, aby **zapojení obsahovalo ideální zdroj napětí v sérii s rezistorem (reálný zdroj), ke kterému je připojen nelineární prvek.**

Hledáme **pracovní bod** P nelineárního prvku, to znamená bod na jeho VA charakteristice určující napětí na tomto prvku a proud jím protékající. Ten leží na průsečíku zatěžovací přímky zdroje a VA charakteristiky nelineárního prvku. Zatěžovací přímka zdroje je určena napětím naprázdno U_o a proudem nakrátko I_k, kde $I_k = U_o/R_i$ (viz *obr. 1.10*).

Spojíme-li **dva prvky**, z nichž alespoň jeden je nelineární, **do série**, získáme jejich výslednou VA charakteristiku nejlépe jejich **grafickým sečtením**. Proud, který jimi protéká, je stejný. **Graficky sečteme napětí** na jednotlivých prvcích v co největším počtu bodů, ze kterých vytvoříme výslednou charakteristiku.

Při **paralelním zapojení** postupujeme obdobně. Napětí na obou prvcích je stejné, **sčítáme proudy** tekoucí přes jednotlivé prvky.



Obr. 1.11 Sériové a paralelní zapojení s nelineárními součástkami

2 Elektrostatické pole

Elektrické náboje, které jsou v klidu, se projevují silovými účinky a vytvářejí elektrické pole. Elektrické náboje jsou kladné (nedostatek elektronů) a záporné (přebytek elektronů). Souhlasné náboje se odpuzují, nesouhlasně přitahují. Coulombův zákon říká, že **síla, kterou náboje na sebe působí, je přímo úměrná součinu jejich velikosti a nepřímo úměrná druhé mocnině jejich vzdálenosti**

$\mathbf{F = k\, Q_1 Q_2/r^2}$ (A, N . m^2 . C^{-2}, C, C, m)
$k = 1/(4\pi\varepsilon_o)$, kde ε_o **je permitivita vakua** (viz dále)
$\mathbf{\varepsilon_o = 8{,}854 \cdot 10^{-12}}$ **F/m**
Intenzita elektrického pole E je síla působící na jednotkový kladný náboj
$\mathbf{E = F/Q}$ (N . C^{-1}, N, C).

Je to vektorová veličina, která má v každém bodě elektrostatického pole o velikost a orientaci totožnou se smyslem síly, která na kladný jednotkový náboj působí.