

Vážení zákazníci,

dovolujeme si Vás upozornit, že na tuto ukázkou knihy se vztahují autorská práva, tzv. copyright.

To znamená, že ukáзка má sloužit výhradně pro osobní potřebu potenciálního kupujícího (aby čtenář viděl, jakým způsobem je titul zpracován a mohl se také podle tohoto, jako jednoho z parametrů, rozhodnout, zda titul koupí či ne).

Z toho vyplývá, že není dovoleno tuto ukázkou jakýmkoliv způsobem dále šířit, veřejně či neveřejně např. umístováním na datová média, na jiné internetové stránky (ani prostřednictvím odkazů) apod.

redakce nakladatelství BEN – technická literatura
redakce@ben.cz



4. STACIONÁRNÍ MAGNETICKÉ POLE

4.1 Maxwellovy rovnice

Nejprve uveďme, že velmi pravděpodobně ve vesmíru existují izolovaná magnetická množství („náboje“), magnetické monopóly. Jsou poměrně těžké, jejich hmotnost je asi 10^{16} krát větší než hmotnost protonů. V elektrotechnice se ovšem s žádnými magnetickými monopóly nesetkáme a budeme tedy moci použít klasickou makroskopickou teorii pole.

Z pokusů vyplývá, že teče-li nějakým vodičem stacionární proud, vyvolá stacionární magnetické pole. Na rozdíl od elektrostatiky nyní tedy existuje souvislost mezi elektrickými a magnetickými veličinami pole. Maxwellovy rovnice mají tvar

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (4.1.)$$

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (4.2.)$$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q \quad (4.3.)$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (4.4.)$$

V diferenciálním tvaru pak

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (4.5.)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0 \quad (4.6.)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad (4.7.)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (4.8.)$$

Do této kapitoly je též zařazena látka o permanentních (trvalých) magnetech, tedy o magnetostatice.

4.2 Permanentní magnety

Pokud bychom měli nějaký malý volně otočný permanentní magnet (například jím může být střelka kompasu), zaujal by v zemském magnetickém poli zcela konkrétní polohu. Jeden jeho konec by mířil k severnímu magnetickému pólu země, druhý k jižnímu. Pól magnetu směřující na sever se označuje jako severní, druhý pak jako jižní pól permanentního magnetu.

Pro zajímavost uvedme, že zemské magnetické pole je buzeno proudem v zemském jádře. Pole má dipólový charakter a jeho budící proud je řádově miliarda ampérů. Díky magnetickému poli je naše planeta chráněna před zhoubným kosmickým zářením a vysoce energetickými nabitými částicemi a je tedy na ní možný život. Z dosud neznámých příčin dochází čas od času k přepólování magnetického pole země. Tento jev se opakuje za sto tisíc až milion let (vlastní změna polohy magnetických pólů probíhá asi čtyři tisíce let). Je to velmi významná událost, která má dalekosáhlé důsledky pro všechno živé.

Na povrchu země (záleží samozřejmě na konkrétním místě) je průměrná magnetická indukce asi 50 000 nT. Pro srovnání uvedme, že školní permanentní magnety mají magnetickou indukci asi 0,0001 až 0,001 T a velké elektromagnety 2 až 3 T. Magnetické pole neutronových hvězd má fantastickou indukci řádu 10^{11} T.

V makroskopickém prostředí nelze oddělit severní pól magnetu od pólu jižního. Kdybychom například permanentní magnet přepůlili, dostali bychom dva magnety. Každý by měl svůj severní a jižní pól. Tuto skutečnost vyjadřuje rov. (4.4.) resp. (4.8.).

Podstata magnetismu není dosud zcela jasná. Můžeme například přijmout představu, že neustálým dělením magnetu bychom nakonec dospěli k elementárním magnetickým dipólům. Těchto dipólů (na úrovni molekul) je v magnetu nepředstavitelné množství. V magnetu jsou všechny dipóly natočeny stejným směrem. Magnet je tedy magneticky zpolarizován, nikoli nabit.

V magnetostatice budeme pracovat s podobnými pojmy jako v elektrostatickém poli, protože je užitečné využít již zavedených pojmů a postupů. Zdůrazněme však znovu zásadní rozdíl mezi oběma poli. Elektrické kladné a záporné náboje mohou existovat odděleně, magnetické póly („magnetické náboje“) nikoli.

Magnety k sobě přitahují předměty z feromagnetických materiálů, a to i přes nemagnetické látky, jako je například měď, papír nebo sklo. Magnetické účinky se nejvíce projevují na pólech magnetů, uprostřed mezi nimi jsou nejslabší. Osa souměrnosti magnetu se nazývá neutrální osa. Stejnomené póly magnetů se odpuzují, nesterminované přitahují.

Stejnomené póly magnetů položené na sebe se navenek projeví silnějšími magnetickými účinky. Magnetické pole permanentního magnetu lze zeslabit nárazy, otřesy nebo zahřátím. Zahřátím na tzv. Curieův bod lze magnetické účinky zcela zrušit. Pro konstrukční ocel je tento bod asi 770 °C, pro ferity používané v nízkofrekvenční technice kolem 100 °C a pro ferity používané ve vysokofrekvenční technice asi 300 °C.

Permanentní magnety i elektromagnety buzené stejnosměrným proudem se projevují stejnými magnetickými účinky.

Při polarizaci dielektrika v elektrickém poli se dielektrikum po zániku pole opět stává elektricky neutrálním (kromě tzv. feroelektrik). Naopak, u zmagnetovaných (feromange-

tických) materiálů i po zániku vnějšího magnetického pole zůstává určitá remanentní (zbytková) polarizace. Je-li remanentní polarizace výrazná, mluvíme o permanentním magnetu. Zavádí se pojem magnetický moment

$$\mathbf{m} = \mu_0 i_m S \quad (4.9.)$$

i_m jsou proudy obíhající v uzavřených smyčkách s plochou S . O těchto proudech lze jen ztěžji říci něco konkrétního, co odpovídá fyzikální realitě. Jak jsme již uvedli, podstata magnetismu není ještě zcela prozkoumána a zřejmě ji nepůjde vysvětlit bez použití kvantové mechaniky. Nicméně zůstaňme u rov. (4.9.). Konstanta μ_0 je permeabilita vakua, která je v soustavě SI

$$\mu_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 c^2}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \quad (4.10.)$$

Jednotkou magnetického momentu je Vs \cdot m, protože jednotka henry H, kterou zavedeme dále, je Vs/A.

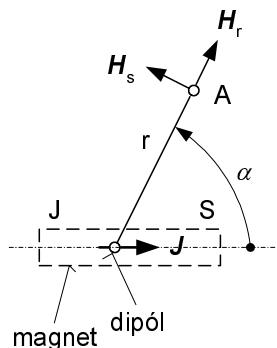
Objemová hustota magnetických momentů

$$\mathbf{J} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\sum \mathbf{m}}{V} \quad (4.11.)$$

byla nazvána vektorem magnetické polarizace. Jednotkou magnetické polarizace je Vs/m² = T, tesla.

Podobně jako v elektrostatickém poli se i v magnetickém poli zavádějí pojmy intenzita pole \mathbf{H} a magnetická indukce \mathbf{B} . Pokud zůstaneme u analogie mezi oběma poli, pak intenzita elektrického pole odpovídá magnetické indukci a naopak, elektrická indukce odpovídá intenzitě magnetického pole. Poznáme to v dalším.

Na obr. 4.1 je nakreslen magnetický dipól. Magnetické pole o intenzitě \mathbf{H} způsobí moment



Obr. 4.1

$$M = JVH \sin \alpha \quad (4.12.)$$

Z této rovnice plyne, že jednotkou intenzity magnetického pole je

$$\frac{\text{Nm}}{\text{Vsm}^{-2} \text{m}^3} = \frac{\text{Ws}}{\text{Vsm}} = \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad (4.13.)$$

V magnetostatice je

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = 0 \quad (4.14.)$$

Protože pole je potenciální, můžeme zavést magnetický potenciál φ_m podle vztahu

$$\mathbf{H} = -\operatorname{grad} \varphi_m \quad (4.15.)$$

Jednotkou potenciálu je ampér, A.

Pro ilustraci vyšetříme magnetické pole tyčového permanentního magnetu pro body dostatečně vzdálené od magnetu (v porovnání s jeho délkou). Pro tento případ můžeme magnet nahradit magnetickým dipólem umístěným ve středu magnetu. Dipól má stejný moment m jako magnet. Situaci znázorňuje *obr. 4.1*. Uvažujme, že prostředím je vzduch (prostředí je tedy homogenní a má poměrnou permeabilitu $\mu_r \cong 1$; tento pojem zavedeme dále). Potom je

$$\varphi_m = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{m}{r^2} \cos\alpha \quad (4.16.)$$

Intenzitu pole v libovolném bodě A vyjádříme jeho radiální složkou H_r a složkou H_s , která je kolmá k r . Potom je

$$H_r = -\frac{d\varphi_m}{dr} = \frac{2m}{4\pi\mu_0 r^3} \cos\alpha \quad (4.17.)$$

$$H_s = -\frac{d\varphi_m}{ds} = -\frac{1}{r} \frac{d\varphi_m}{d\alpha} = \frac{m}{4\pi\mu_0 r^3} \sin\alpha \quad (4.18.)$$

a výsledná intenzita

$$H = \sqrt{H_r^2 + H_s^2} = \frac{m}{4\pi\mu_0 r^3} \sqrt{4\cos^2\alpha + \sin^2\alpha} \quad (4.19.)$$

Průběh siločar a ekvipotenciál je podobný jako na *obr. 2.5*.

Namísto rov. (4.14.) můžeme psát rovnici

$$\oint_C H_l \cdot dl = 0 \quad (4.20.)$$

V analogii s elektrostatickým polem můžeme zavést pojem magnetické napětí mezi body A a B

$$U_m = \int_A^B H_l \cdot dl = \varphi_{mA} - \varphi_{mB} \quad (4.21.)$$

V magnetickém poli je magnetické napětí závislé jen na poloze bodů A a B, nikoli na tvaru dráhy l . Jednotkou magnetického napětí je ampér, A.

Magnetické napětí nelze definovat pomocí práce nutné k přenesení magnetického množství (z A do B). V makroskopické teorii pole (zcela postačující pro běžnou elektrotechnickou praxi) tato množství neexistují.

4.3 Magnetické materiály

Materiály se dělí do tří skupin, na diamagnetické, paramagnetické a feromagnetické.

Diamagnetické materiály mají poměrnou permeabilitu o něco málo menší než jedna. Po vložení do magnetického pole toto pole poněkud zeslabují. K těmto materiálům patří většina kovů (kromě feromagnetik), dále například voda a sklo.

Paramagnetické materiály mají poměrnou permeabilitu o něco větší než jedna a magnetické pole tedy (nepatrně) zesilují. Patří mezi ně některé kovy, jako například platina, mangan a hořčík.

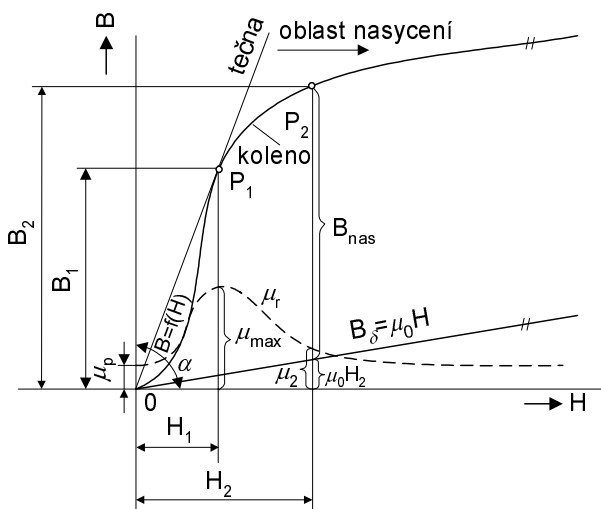
V běžné technické praxi můžeme poměrnou permeabilitu diamagnetických i paramagnetických materiálů považovat za rovnou jedné. Závislost této permeability na teplotě je prakticky zanedbatelná.

Feromagnetické materiály mají poměrnou permeabilitu mnohem větší než jedna (železo například kolem 7 000). Po vložení do magnetického pole toto pole velmi zesilují. Poměrná permeabilita feromagnetik velmi závisí na intenzitě magnetického pole a na teplotě.

Feromagnetické materiály umožňují dosáhnout velkých magnetických toků při relativně malých průřezích. Jsou tedy velmi důležité pro magnetické obvody.

Magnetizační křivka feromagnetických materiálů, tj. závislost magnetické indukce na intenzitě magnetického pole se získává měřením a je uvedena na obr. 4.2. Zpočátku do bodu P_1 stoupá indukce v závislosti na intenzitě velmi rychle. Potom křivka tvoří koleno. V bodě P_1 se materiál začíná sytit, v bodě P_2 je nasycen.

Od bodu P_2 magnetická indukce roste velmi pomalu i při velkém zvětšování intenzity pole. Od bodu P_2 magnetizační křivka probíhá jako přímka



Obr. 4.2

rovnoběžná s magnetizační přímkou vzduchu B_δ . Pro žádanou magnetickou indukci B_1 z křivky určíme potřebnou intenzitu pole H_1 (nebo naopak).

Magnetická indukce nasycení závisí na druhu materiálu. U plechů pro transformátory je kolem 2,1 T, u plechů pro točivé stroje kolem 2,2 T, u litiny asi 1,1 T atd.

Z magnetizační křivky lze určit poměrnou permeabilitu

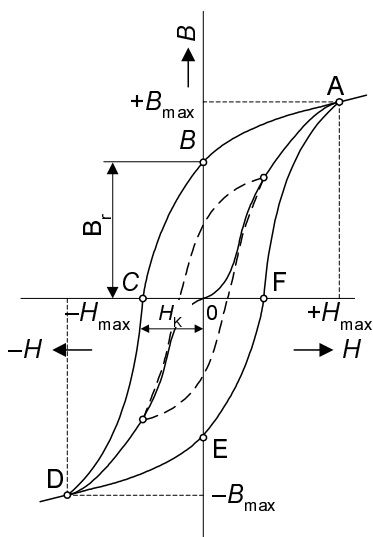
$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} \quad (4.22.)$$

V praxi nás velmi často zajímá počáteční permeabilita μ_p při $H = 0$ a největší permeabilita μ_{\max} . Zřejmě je

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B}{H} \mu_0 \mu_r \quad (4.23.)$$

Uvažujme nějaký feromagnetický materiál, který dosud nebyl zmagnetován. Bude-li zvětšovat H , poroste i B podle magnetizační křivky OA (obr. 4.3). Bod A odpovídá nasycení. Popsané křivce se říká křivka prvotní magnetizace (dříve též panenská křivka).

Při zmenšování intenzity H bude nyní magnetická indukce B klesat po křivce AB. Indukce se tedy bude opožďovat za intenzitou, což se nazývá hystereze (tj. zpoždování). Klesne-li H na nulovou hodnotu, bude materiál vykazovat remanentní (tj. zbytkovou) magnetickou indukci B_r . Ke zrušení remanentního magnetismu je třeba intenzity H_k , která se označuje jako koercitivní síla magnetického pole.



Obr. 4.3

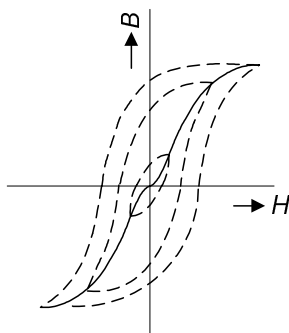
Při dalším zvětšování H opět roste i B podle křivky CD. Bod D je přibližně středově souměrný s bodem A. S dalším zmenšováním H na nulu klesá B podle křivky DE atd. Křivka A-B-C-D-E-F-A se nazývá hysterezní smyčka (křivka).

Plocha hysterezní smyčky je úměrná práci potřebné pro jeden magnetizační cyklus. Tato práce se vynakládá na natáčení molekulárních magnetických dipólů a mění se v teplo. Tuto (ztracenou) energii nazýváme hysterezní ztrátou.

Rozlišují se magneticky měkké a magneticky tvrdé materiály. Magneticky měkké materiály mají hysterezní smyčku úzkou, tj. mají malou koercitivní sílu a velkou permeabilitu. Pro ilustraci uveďme, že materiál zvaný permaloy (slitina 21,5 % Fe a 78,5 % Ni) má počáteční permeabilitu kolem 10 000, maximální asi 50 000, remanenci 0,6 T a koercitivní sílu 4 A/m. Naopak, magneticky tvrdá slitina zvaná alnico (63 % Fe, 20 % Ni, 5 % C

a 12 % Al) má počáteční permeabilitu 4, remanenci 0,7 T a koercitivní sílu 34 000 A/m.

Na obr. 4.4 je pro ilustraci nakresleno několik hysterezních smyček téhož materiálu pro různé maximální intenzity magnetického pole. Jejich vrcholy leží na tzv. komutační křivce, která přibližně odpovídá křivce prvotní magnetizace.



Obr. 4.4

4.4 Magnetické pole přímého vodiče

Vyšetřeme magnetické pole dlouhého přímého vodiče kruhového průřezu v homogenním a izotropním prostředí. Vodičem protéká stejnosměrný proud I , rovnoměrně rozložený v průřezu vodiče.

Na rozdíl od pole permanentních magnetů je nyní magnetické pole vírové, protože

$$\oint_C H_l \cdot dl = I \quad (4.24.)$$

tj.

$$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (4.25.)$$

Siločárami magnetického pole jsou kružnice sousedí s vodičem v rovinách kolmých na tuto osu. Vektor intenzity \mathbf{H} je jejich tečnou. O orientaci vektoru byla uzavřena tato *dohoda*: Položme dlaň pravé ruky na vodič tak, aby odtažený palec byl ve směru proudu. Potom ostatní prsty ukazují smysl \mathbf{H} (tzv. pravidlo pravé ruky, někdy též zvané pravidlem pravotočivého šroubu).

Vyjděme z rov. (4.24.). Integrujme po siločáře s poloměrem $a > r$. V důsledku souměrnosti je na siločáře intenzita všude stejně veliká a vektor \mathbf{H} má směr dráhy. Je tedy

$$\oint_C H_l \cdot dl = 2\pi a H = I \quad (4.26.)$$

odkud (pro $a > 0$)

$$H = \frac{I}{2\pi a} \quad (4.27.)$$

Uvnitř vodiče obepíná siločára s poloměrem x proud (za již uvedeného předpokladu rovnoměrného rozložení proudu) $I x^2/r^2$. Podle rov. (4.26.) je nyní