

# Vážení zákazníci,

dovolujeme si Vás upozornit, že na tuto ukázkou knihy se vztahují autorská práva, tzv. copyright.

To znamená, že ukáзка má sloužit výhradně pro osobní potřebu potenciálního kupujícího (aby čtenář viděl, jakým způsobem je titul zpracován a mohl se také podle tohoto, jako jednoho z parametrů, rozhodnout, zda titul koupí či ne).

Z toho vyplývá, že není dovoleno tuto ukázkou jakýmkoliv způsobem dále šířit, veřejně či neveřejně např. umístováním na datová média, na jiné internetové stránky (ani prostřednictvím odkazů) apod.

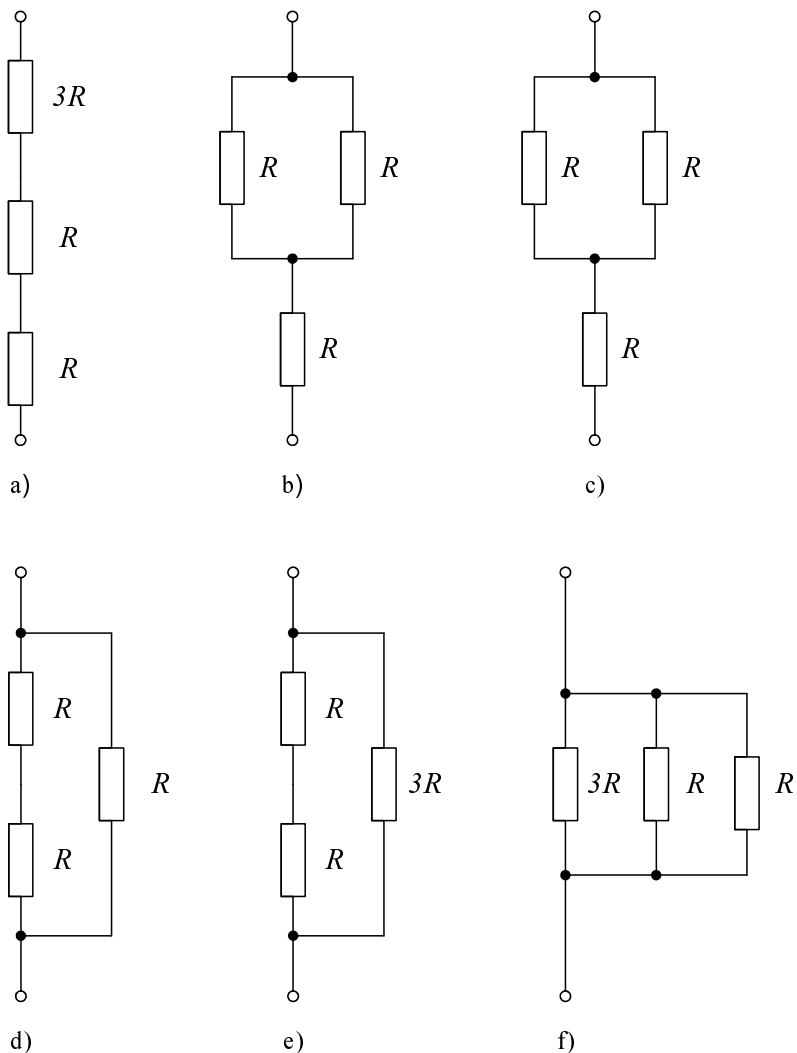
*redakce nakladatelství BEN – technická literatura*  
[redakce@ben.cz](mailto:redakce@ben.cz)



# 1. HRÁTKY S REZISTORY

V této kapitole jsou obsaženy úlohy, které většinou nemají žádný praktický význam. Jejich účelem je především pobavit.

**Úloha 1.** Máme tři rezistory, jeden má odpor  $3R$  a každý ze dvou zbývajících pak  $R$ . Tyto rezistory máme spojit tak, aby výsledný odpor spojení byl  $3R/7$ .



Obr. 1 K úloze 1; možná spojení tří rezistorů

Úlohu můžeme vyřešit „zkusmo“. Na *obr. 1* jsou nakresleny všechny různé možnosti zapojení uvažovaných tří rezistorů. Na první pohled vidíme, že pro zapojení na *obr. 1a* je výsledný odpor  $5R$  a pro zapojení podle *obr. 1b* pak  $3R + R/2 = 7R/2$ . Takto tedy rezistory být zapojeny nemohou. Pro ostatní zapojení bychom sice rovněž mohli jejich odpor napsat přímo, ale z metodických důvodů tento odpor vypočítáme.

Pro zapojení podle *obr. 1c* dostaneme

$$\frac{3R \cdot R}{3R + R} + R = \frac{7R}{4}$$

pro zapojení podle *obr. 1d*

$$\frac{R(R + 3R)}{R + R + 3R} = \frac{4R}{5}$$

pro zapojení podle *obr. 1e*

$$\frac{3R(R + R)}{3R + R + R} = \frac{6R}{5}$$

a konečně pro zapojení podle *obr. 1f* pak

$$\frac{1}{\frac{1}{3R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = \frac{3R}{7}$$

Hledaným zapojením rezistorů je tedy zapojení nakreslené na *obr. 1f*.

Úlohu můžeme řešit i úvahou. Výsledný odpor má být  $3R/7 \cong 0,429R$ , tedy menší než odpor  $0,5R$ , který můžeme získat paralelním spojením dvou rezistorů s odpory  $R$ . Není jiná možnost než připojit třetí rezistor s odporem  $3R$  paralelně k této dvojici, abychom výsledný odpor dále zmenšili. Má-li úloha řešení, musí tato úvaha dát žádaný výsledek.

**Úloha 2.** Máme tři rezistory, jejichž odpory  $R_1$ ,  $R_2$ , a  $R_3$  neznáme. Spojíme-li tyto rezistory podle *obr. 2*, potom ampérmetr A ukazuje proud  $I_1 = 0,1$  A a voltmetr V napětí  $U_{R1} = 3$  V. Spojíme-li rezistory podle *obr. 3*, pak ampérmetr A ukazuje proud  $I_2 = 1$  A. Napětí zdroje je v obou případech  $U_0 = 10$  V. Máme určit velikosti odporů  $R_1$ ,  $R_2$ , a  $R_3$

Rovnou můžeme psát, že

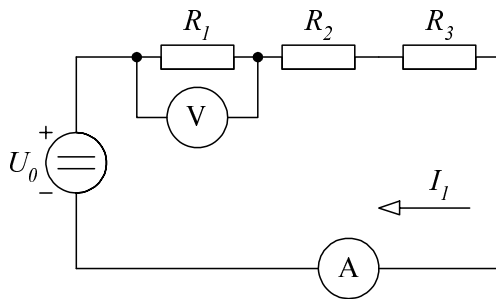
$$R_1 = U_{R1}/I_1 = 30 \Omega$$

Podle *obr. 1* v zadání úlohy je dále

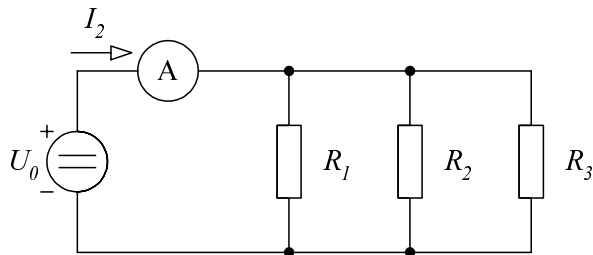
$$(R_2 + R_3)I_1 = U_0 - U_{R1}$$

tedy po dosazení číselných hodnot

$$R_2 + R_3 = 70 \Omega \tag{a}$$



Obr. 2  
K úloze 2; rezistory jsou spojeny sériově



Obr. 3  
K úloze 2; rezistory jsou spojeny paralelně

Druhou potřebnou rovnici sestavíme podle obr. 3. Můžeme psát

$$\frac{I_2}{U_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

a po dosazení číselných hodnot

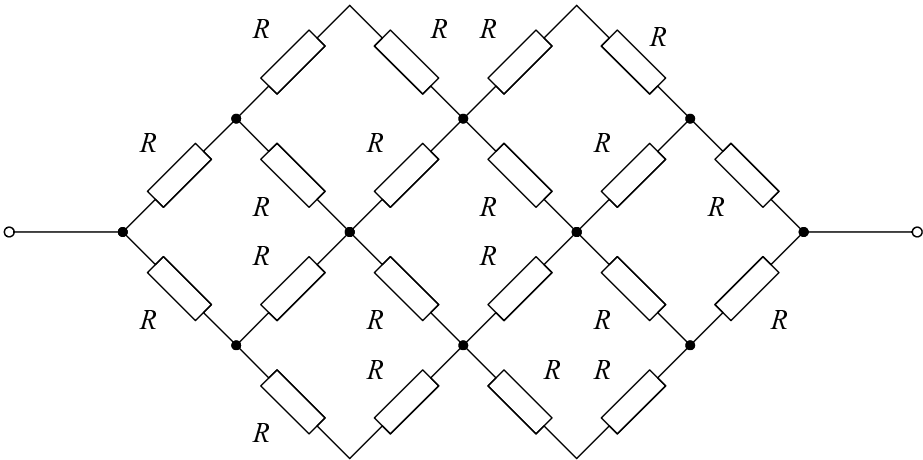
$$0,1 = \frac{1}{30} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Tato rovnice společně s rovnicí (a) tvoří soustavu dvou rovnic, ze které vypočítáme velikosti odporů  $R_2 \cong 48,23 \Omega$  a  $R_3 \cong 21,77 \Omega$ .

*Poznámka.* Pokud se při řešení soustavy uvedených rovnic setkáte s potřebou řešit kvadratickou rovnici (což však není nutné) uvědomte si, že kvadratická rovnice má dva kořeny. Fyzikální význam má však pouze ten kořen, pro který vyjde velikost odporu kladná.

**Úloha 3.** Máme za úkol určit odpor dvojpólu, který je nakreslen na *obr. 4*. Všechny rezistory (je jich celkem dvacet) mají stejný odpor  $R$ .

Odpor zadaného dvojpólu lze snadno vypočítat s vhodným využitím jeho symetrie zapojení, a to několika způsoby. Spokojíme se s tím, že popíšeme dva z nich.



*Obr. 4*  
K úloze 3; dvojpól, jehož odpor máme určit

Na *obr. 5* je nakreslen zadaný dvojpól, u kterého jsou nakrátko spojeny uzly, které mají stejný potenciál, tj. uzly, mezi nimiž není napětí. To, že uvažované uzly mají stejný potenciál poznáte snadno, vzpomenete-li si na podmínku rovnováhy Wheatstonova můstku (viz přípoje-nou poznámku). Spojením uzlů se stejnými potenciály vznikla jednoduchá sériově-paralelní kombinace rezistorů, jejíž odpor snadno vypočítáme. Tento odpor je

$$\frac{R}{2} + \frac{R}{4} + \frac{R}{4} + \frac{R}{4} + \frac{R}{4} + \frac{R}{2} = 2R$$

Můžeme ovšem také postupovat například tak, jak je nakresleno na *obr. 6*. Mezi uzly, které jsme rozdělili na dva dílčí uzly, není žádné napětí, což na první pohled vyplývá ze symetrie zapojení našeho dvojpólu. Opět můžeme snadno vypočítat odpor jednoduché sériově-paralelní kombinace rezistorů nakreslené na *obr. 6*. Dostaneme

$$\frac{2 \left[ R + \frac{(R+R)(R+R)}{R+R+R+R} \right]}{2} = 2R$$

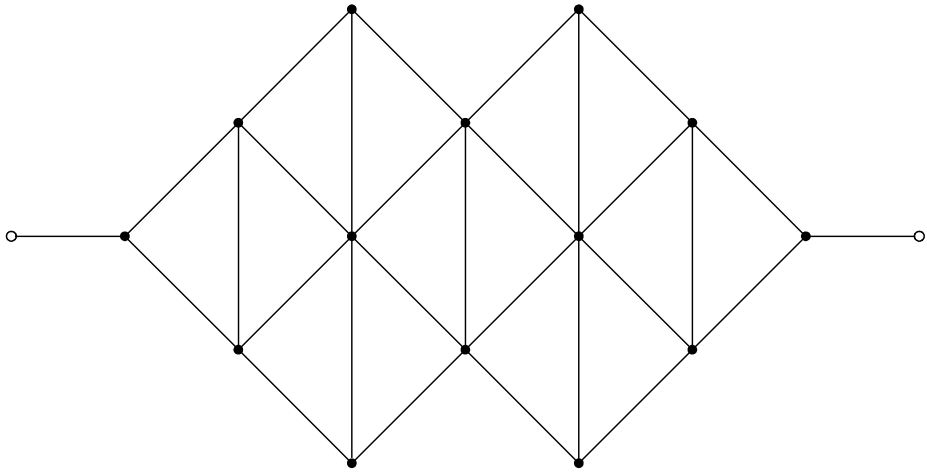
*Poznámka.* Ukážeme snad nejjednodušší možné odvození podmínky rovnováhy Whe-astonova můstku nakresleného na *obr. 7*. Je-li můstek vyvážen, je současně  $U_5 = 0$

a  $I_5 = 0$  při libovolné velikosti odporu rezistoru  $R_5$  (velikost odporu rezistoru může tedy být jakákoliv od  $R_5 = 0$  až do  $R_5 \rightarrow \infty$ ) a platí tedy rovnice  $I_1 = I_4 = U_0/(R_1 + R_4)$  a  $I_2 = I_3 = U_0/(R_2 + R_3)$ . Stačí napsat druhý Kirchhoffův zákon pro smyčku s ve tvaru

$$R_1 U_0 / (R_1 + R_4) + 0 - R_2 U_0 / (R_2 + R_3) = 0$$

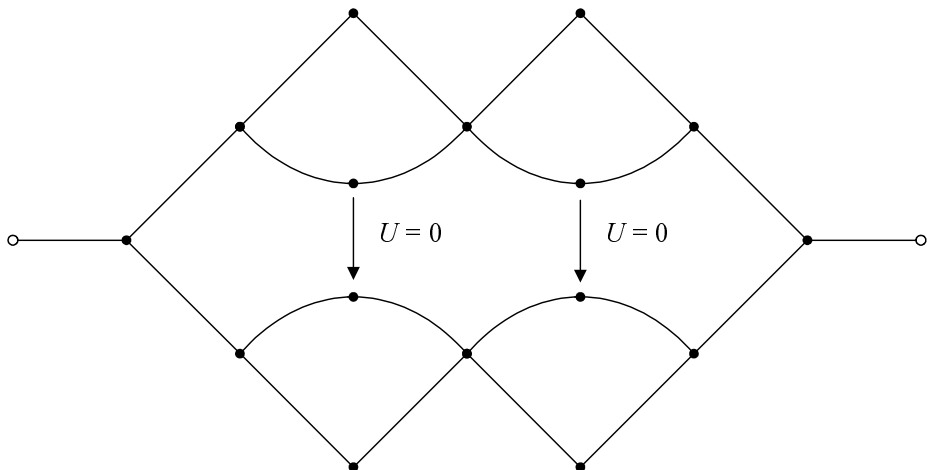
a z této rovnice plyne podmínka rovnováhy můstku

$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$



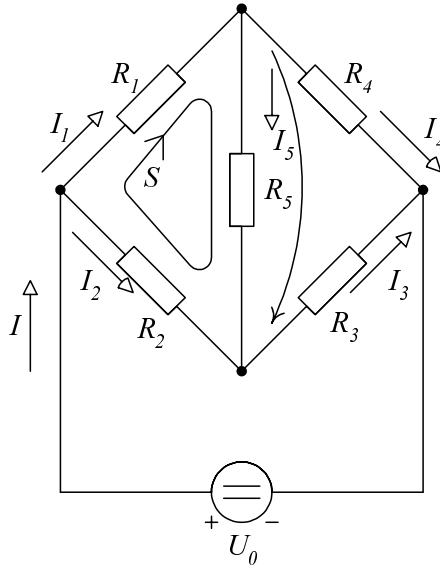
Obr. 5

K úloze 3; zapojení k výpočtu odporu prvním způsobem (rezistory nejsou ve větvích zakresleny)



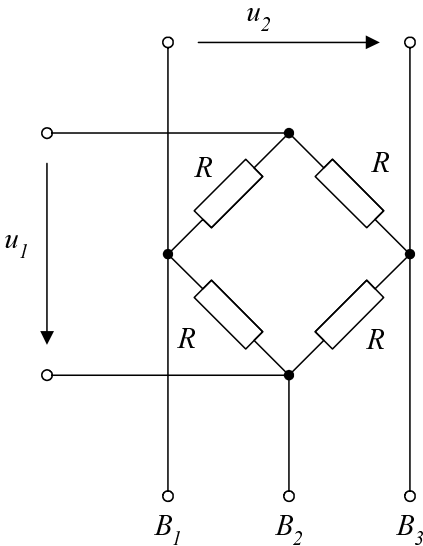
Obr. 6

K úloze 3; zapojení k výpočtu odporu druhým způsobem

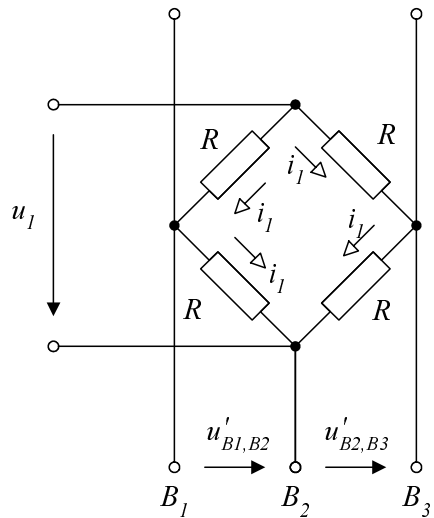


Obr. 7  
K úloze 3; Wheatstoneův můstek

**Úloha 4.** Na obr. 8 je nakreslen jednoduchý obvod složený z rezistorů o stejném odporu  $R$ . Naším úkolem je určit napětí  $u_{B1, B2}$  mezi svorkami  $B_1, B_2$  a napětí  $u_{B2, B3}$  mezi svorkami  $B_2, B_3$ , jestliže k dalším dvěma párům svorek připojíme zdroje napětí  $u_1$  a  $u_2$ .



Obr. 8  
K úloze 4; analyzovaný obvod



Obr. 9  
K úloze 4; k obvodu na obr. 8 je připojeno jen napětí  $u_1$

Mnozí jste asi úlohu vyřešili na základě jednoduchého fyzikálního názoru. V dalším ukážeme řešení založené na využití *principu superpozice* (obvod je lineární a tento princip tedy platí; podrobnosti jsou uvedeny v úloze 51).

Nejprve nechme (pomyslně) působit napětí  $u_1$ , jak je ukázáno na *obr. 9*. Protože všechny rezistory mají stejný odpor  $R$ , prochází jimi stejný proud, který je označen  $i_1$ . Pro tento proud můžeme psát rovnici

$$i_1 = u_1/(2R)$$

Dále zřejmě platí

$$u'_{B1,B2} = Ri_1 = Ru_1/(2R)$$

a podobně

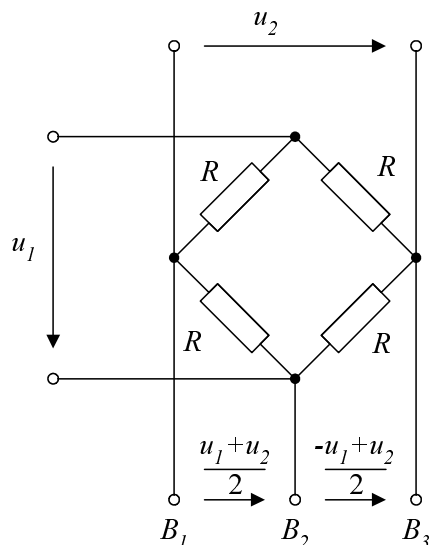
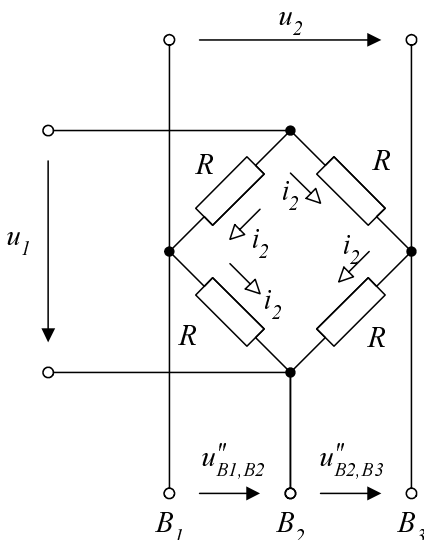
$$u'_{B2,B3} = -Ri_1 = u_1/2 \tag{b}$$

Všimněme si, že mezi svorkami  $B_1$  a  $B_3$  je napětí

$$u'_{B1,B3} = 0 \tag{c}$$

Nyní nechme působit pouze napětí  $u_2$  (*obr. 10*). Všemi rezistory bude opět procházet stejný proud, který je nyní označen  $i_2$ . Pro tento proud platí rovnice

$$i_2 = u_2/(2R)$$



*Obr. 10*  
K úloze 4; k obvodu na *obr. 8* je připojeno jen napětí  $u_2$

*Obr. 11*  
K úloze 4; k obvodu na *obr. 8* jsou připojena obě napětí  $u_1$  a  $u_2$ ; výsledná napětí jsou úměrná jejich součtu a rozdílu



Z obr. 9 plyne, že

$$u''_{B1,B2} = Ri_2 = u_2/2 \quad (d)$$

a

$$u''_{B2,B3} = Ri_2 = u_2/2 \quad (e)$$

Budou-li napětí  $u_1$  a  $u_2$  působit *současně*, potom podle principu superpozice s použitím vztahů (a), (b), (d) a (e) dostaneme, že (obr. 11)

$$u_{B2,B3} = u'_{B1,B2} + u''_{B1,B2} = (u_1 + u_2)/2$$

a

$$u_{B2,B3} = u'_{B2,B3} + u''_{B2,B3} = (-u_1 + u_2)/2$$

Uvažovaný obvod představuje jednoduché zapojení, které umožňuje získat součet a rozdíl dvou napětí (polovinu tohoto součtu a rozdílu). Zdroje napětí  $u_1$  a  $u_2$  se zřejmě nijak neovlivňují [viz rov. (c), podobně je vidět, že napětí  $u_2$  se nijak neprojeví na svorkách, ke kterým je připojeno napětí  $u_1$ ].

*Poznámka.* Ukážeme jeden z příkladů využití *principů* obvodu který umožňuje získat součet a rozdíl dvou napětí.

Stereofonní rozhlasové vysílání se u nás a v mnoha dalších zemích realizuje tak, že se zvlášť snímá levý (L) a pravý (P) kanál a vysílají se signály

$$M = \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}P$$

$$S = \frac{1}{2}L - \frac{1}{2}P$$

Signál M zpracovávají monofonní přijímače. Ve stereofonních přijímačích se zpracovávají signály M i S, a to tak, že se vytvoří jejich součet a rozdíl. Výsledkem jsou pak signály L a P, jak ukazují symbolické rovnice

$$M + S = \frac{1}{2}(L + P) + \frac{1}{2}(L - P) = L$$

a

$$M - S = \frac{1}{2}(L + P) - \frac{1}{2}(L - P) = P$$

**Úloha 5.** Na obr. 12 je nakreslen výsek z nekonečně rozlehlé sítě složené z rezistorů o stejném odporu  $R$ . Máme za úkol určit odpor mezi libovolnými dvěma sousedními uzly sítě, tedy například mezi uzly  $B_1$  a  $B_2$  (na obrázku jsou tyto uzly vyznačeny výrazněji).