

**Ladislav Szántó**

**MAXWELLOVY  
ROVNICE**

**2. vydání**

Praha 2012



---

Ladislav Szántó

## MAXWELLOVY ROVNICE

Bez předchozího písemného svolení nakladatelství nesmí být kterákoli část kopírována nebo rozmnožována jakoukoli formou (tisk, fotokopie, mikrofilm nebo jiný postup), zadána do informačního systému nebo přenášena v jiné formě či jinými prostředky.

Autor a nakladatelství nepřijímají záruku za správnost tištěných materiálů. Předkládané informace jsou zveřejněny bez ohledu na případné patenty třetích osob. Nároky na odškodnění na základě změn, chyb nebo vynechání jsou zásadně vyloučeny.

Všechny registrované nebo jiné obchodní známky použité v této knize jsou majetkem jejich vlastníků. Uvedením nejsou zpochybněna z toho vyplývající vlastnická práva.

**Veškerá práva vyhrazena.**

© Ladislav Szántó, Praha 2003–2012

© Nakladatelství BEN – technická literatura, Věšínova 5, Praha 10

Odborný lektor 1. vydání: Jan Šístek

Ladislav Szántó: Maxwellovy rovnice  
BEN – technická literatura, Praha 2003

2. přepracované vydání

**ISBN 978-80-7300-450-7 (tištěná kniha)**

**ISBN 978-80-7300-451-4 (elektronická kniha v PDF)**

# Obsah

Titulní strana	
<b>Obsah</b> .....	<b>3</b>
<b>Předmluv</b> .....	<b>5</b>
<b>1 Pocta průkopníkům</b> .....	<b>7</b>
<b>2 Elektrostatické pole</b> .....	<b>14</b>
2.1 Siločáry, Coulombův zákon.....	14
2.2 Výtok intenzity elektrického pole přes pomyslnou uzavřenou plochou.....	16
2.3 První Maxwellova rovnice (pro spojitě rozložené náboje).....	18
2.4 Elektrické pole liniového náboje.....	20
2.5 Elektrické pole plošného náboje .....	22
2.6 Energie elektrického pole.....	24
2.7 Potenciál elektrického pole .....	25
2.8 Elektrické pole v látkovém prostředí .....	29
2.9 Složky elektrického pole .....	34
1.10 Lom siločar na rozhraní dielektrik .....	37
1.11 Kondenzátor a jeho kapacita .....	39
1.12 D-E diagram .....	39
1.13 Hustota energie elektrického pole v látkovém prostředí.....	41
<b>2 Magnetostatické pole</b> .....	<b>43</b>
3.1 Magnetický pól a jeho magnetické pole.....	43
3.2 Ampèreův zákon .....	44
3.3 Magnetická indukce pole přímého vodiče s proudem.....	46
3.4 Biotův a Savartův zákon .....	48
3.5 Magnetický potenciál.....	52
3.6 Druhá Maxwellova rovnice.....	53
3.7 Dráhový integrál $\mathbf{B}$ .....	55
3.8 Rotace $\mathbf{B}$ .....	57
3.9 Třetí Maxwellova rovnice .....	61
3.10 Lorentzova síla.....	63
3.11 Magnetické pole v látkovém prostředí.....	64
3.12 B-H diagram.....	68
3.13 Lom siločar indukce resp. intenzity magnetického pole.....	70
3.14 Hustota energie magnetického pole .....	72
3.15 Permanentní magnet.....	74
3.16 Síla působící na póly elektromagnetu .....	75
<b>4 Elektromagnetické pole</b> .....	<b>77</b>
4.1 Faradayův indukční zákon .....	77
4.2 Čtvrtá Maxwellova rovnice.....	80

4.3	Elektromagnetické vlnění.....	84
4.4	Odvození $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\Delta \mathbf{E}$ .....	86
3.5	Elektromagnetická vlna.....	87
3.6	Hustota energie, hustota hmotnosti elektromagnetické vlny .....	91
3.7	Poyntingův vektor .....	92
<b>5</b>	<b>Zákonné měrné jednotky.....</b>	<b>95</b>
<b>6</b>	<b>Dodatek .....</b>	<b>100</b>
6.1	Repetitorium vektorového počtu.....	100
6.2	Gaussova a Stokesova věta .....	102
6.3	Vlnová rovnice .....	105
6.4	Rovnice kontinuity .....	108
3.5	Síla působící na vodič v magnetickém poli.....	109
3.6	Rowlandův experiment .....	111
3.7	Speciální teorie relativity a elektromagnetické pole .....	112
3.7.1	Ampèreův zákon z pohledu speciální teorie relativity .....	113
3.7.2	Feromagnetická látka z pohledu speciální teorie relativity..	116
3.8	Index lomu a rychlost světla .....	118
3.9	Historie jednotky proudu ampér.....	118
	<b>Seznam užitých symbolů.....</b>	<b>120</b>
	<b>Rejstřík .....</b>	<b>121</b>

## Předmluva k prvnímu vydání

Když jsem stávající titul Maxwellovy rovnice nabídl vydavateli panu Liboru Kubicovi k publikaci, jeho první reakce byla skeptická, protože pochyboval o prodejnosti titulu. Ke cti vydavatele budiž řečeno, že projevil toleranci a rozvahu, když provedl průzkum tím, že na své internetové stránce zveřejnil záměr vydat uvedenou publikaci, a požádal čtenáře o jejich názor.

Reakce byla překvapivě rychlá. Během pár dnů došlo celkem deset odpovědí. Vzhledem mým představám o tom, kolik lidí asi sleduje stránky vydavatele a kolik z nich je ochotno odpovídat na jeho záměr, nečekal jsem tak velký ohlas. Odpovědi „internetového“ publika lze rozdělit do dvou skupin.

V první skupině jsou stávající a bývalí studenti, kteří svorně prohlašují, že výklad Maxwellových rovnic nepochopili, přesto zkoušku udělali a radovali se, že to mají za sebou. Nicméně litují, že v základních vědomostech mají mezeru. Uvítali by publikaci, která by jim tuto krásnou partii fyziky a základ veškeré elektrotechniky dostupnou formou objasnila.

Jeden ohlas, z „pera“ vysokoškolského pedagoga, pokládá vydání titulu Maxwellovy rovnice za nošení dříví do lesa. Každý pedagog v jeho okolí Maxwellovy rovnice přednáší, má je ve svých skriptech, nebo knižních publikacích.

Maxwellovy rovnice jsou samozřejmě obsaženy v mnohých publikacích jako východisko řešení konkrétních technických aplikací. Mám na mysli zejména publikace z oblasti antén, nebo elektromagnetických polí a šíření vln. Naše publikace se věnuje výlučně Maxwellovým rovnicím a končí tam, kde výše uvedené publikace začínají.

Při výkladu látky jsem měl před očima hlavně „inženýrsky“ myslícího čtenáře, který vítá ilustraci textu a matematických výrazů pomocí obrázků. Metodiku výkladu lze shrnout následovně:

- 1) Uvedu názorný myšlenkový experiment, jehož výsledky lze snadno předpovědět na základě znalostí dnešních čtenářů, nebo pojmů, které jsem objasnil v předešlém textu.
- 2) Uvedu argumenty pro zobecnění (indukci) výsledku myšlenkového experimentu a v hovorové řeči objasním obsah příslušných pojmů a jejich souvislosti.
- 3) Zákony a rovnice (Maxwellovy) elektromagnetických polí odvodím přeložením hovorové řeči do řeči matematiky.

Značnou pozornost věnují objasnění a ilustraci pojmů matematické řeči a to zejména operátorům gradient, divergence, rotace, nabla atd. To jsou pojmy, které představují největší překážku pochopení Maxwellových rovnic. Proto chci čtenáře nejdříve přesvědčit, že je účelné zavést příslušný operátor, protože tím výrazy dostanou stručnou formu a matematickou krásu. Dále pak operátor ilustruji obrázkem nebo algoritmem, s jehož pomocí lze operátor vyhodnotit.

Děkuji panu Liboru Kubicovi a jeho týmu za projevenou odvalu vydat tuto publikaci a za její přípravu do tisku, zejména panu Martinu Havlákovu za vlídnou spolupráci při autorských korekturách. Moje díky patří také panu ing. Janu Šístkovu za kvalifikované recenzní připomínky, které přispěly ke kvalitě díla.

Roku 2003.

*L. Szántó*

## Předmluva k druhému vydání

O druhém vydání každý autor je ochoten tvrdit, že je to vylepšený text knihy. Je to pravda, poněvadž po letech čte autor svůj text jakoby cizími očima a vidí, kde by se dal text doplnit a vylepšit, aby plastičtěji vyjadřoval podstatu předmětu a lépe objasňoval souvislosti. Cílem publikace není jen uvést Maxwellovy rovnice v různých jejích formách, ale ukázat cestu jak lze k nim dospět vlastní úvahou.

Maxwellovy rovnice se považují za postuláty elektromagnetického pole pro vícero fyzikálních a technických oborů. Soudím tak proto, protože publikace dotýkající se alespoň částečně elektromagnetického pole uvádějí tyto rovnice přinejmenším v úvodě nebo v dodatku. Nicméně Maxwellovy rovnice jsou jen jedny v hierarchii postulátů, které jsou cíleny na konkrétní segment zejména technického oboru. Podstatně názornější Kirchhoffovy rovnice, které jejich autor uveřejnil přibližně 15 let před Maxwellovými rovnicemi, také pojednávají o magnetickém poli na své úrovni abstrakce. Kirchhoffovy rovnice jsou postuláty pro krásnou pragmatickou teorii lineárních obvodů, kde kondenzátor zastupuje elektrostatickou složku a cívka magnetostatickou složku pole. Geometrická optika svým způsobem také pojednává o elektromagnetickém poli a má své postuláty, které jsou základem projektování mnoha optických přístrojů.

Postuláty zamířené na konkrétní pragmatický obor se vyznačují tím, že jsou formulovány dobře známými pojmy a souvislostmi mezi nimi, aniž by potřebovaly bližší vysvětlení. Jinak je to s Maxwellovými rovnicemi. Nejedna student si oddychne, když zkoušku složí, a přitom přiznává, že těmto rovnicím nerozumí. Proto v naší brožurce vycházíme z postulátů, které jsou svými pojmy a jejich vztahy srozumitelné i laikům a umožňují dospět k Maxwellovým rovnicím vlastní úvahou čtenáře. Pomáhá přitom matematika, která se sice zabývá jenom vzájemnými vztahy mezi pojmy, jenž nemusí mít ani konkrétní fyzikální význam, nicméně, umožňuje vygenerovat nové veličiny s měřitelným fyzikálním obsahem. V Maxwellových rovnicích pak vystupují pojmy, které se ve výchozích postulátech ani nevyskytují.

Při výkladu Maxwellových rovnic vycházíme dále z myšlenkových experimentů, jejichž výsledky se dají předem formulovat nejdříve v hovorovém jazyce a pak matematickými výrazy. Průběžně podle potřeby zavádíme a objasníme méně známé matematické nástroje jako jsou operátory gradient, divergence, rotace, nabla atd. Jsou to právě tyto nástroje, které celé teorii dodávají stručnou a jednoznačně definovanou krásu. Názornost výkladu je umocněna konkrétními doprovázejícími obrázky.

Půvab zde zvolených postulátů spočívá v tom, že základní zákony Coulombův a Ampèreův, které se bez dalších předpokladů vyvozují z prvních myšlenkových experimentů, mají formu v souladu s dnešní kodifikovanou racionalizovanou soustavou měrných jednotek SI. Tím způsobem všechny postupně odvozované zákony včetně Maxwellových rovnic mají racionalizovanou formu. Vděčíme za to Faradayovi a jeho poučce o úměrnosti síly a hustoty siločar pole, která je jedním našim postulátem.

Roku 2012

*L. Szántó*