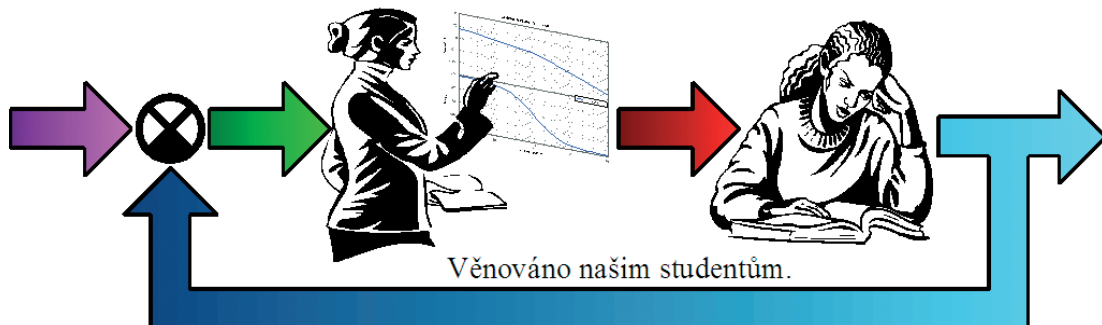


*Jiří Roubal, Petr Hušek a kol.*

# Regulační technika v příkladech



Praha 2011

TECHNICKÁ<sup>®</sup>  
LITERATURA  
**BEN**

*Knihu sestavil tento kolektiv autorů*

**Jiří Roubal · Petr Hušek**

Richard Bobek · Karel Boček · Karel Jonáš · Jiří Machač · Miroslav Pech  
Tomáš Pešek · Petr Procházka · Martin Roman · Adéla Šemelíková  
Jan Sova · Jan Šíba · Libor Šteffl · Josef Valo · Jan Váňa

Stáhněte si z domovské stránky knihy:

<http://shop.ben.cz/121315>

# Přílohy,

které se již nevešly do tištěné části knihy.

Ke stažení jsou (v jednom PDF):

1. Neřešené úlohy
2. Přílohy A až H
3. Řešení neřešených úloh.



Dále jsou ke stažení **Virtuální modely z prostředí Simulink**,  
matlabovské funkce a další materiály – vše je popsáno v příloze H.

---

Jiří Roubal, Petr Hušek a kol.

## Regulační technika v příkladech

Bez předchozího písemného svolení nakladatelství nesmí být kterákoli část kopírována nebo rozmnožována jakoukoli formou (tisk, fotokopie, mikrofilm nebo jiný postup), zadána do informačního systému nebo přenášena v jiné formě či jinými prostředky.

Autor a nakladatelství nepřijímají záruku za správnost tištěných materiálů. Předkládané informace jsou zveřejněny bez ohledu na případné patenty třetích osob. Nároky na odškodnění na základě změn, chyb nebo vynechání jsou zásadně vyloučeny.

Všechny registrované nebo jiné obchodní známky použité v této knize jsou majetkem jejich vlastníků. Uvedením nejsou zpochybněna z toho vyplývající vlastnická práva.

Veškerá práva vyhrazena

© Jiří Roubal, Petr Hušek 2011

© Nakladatelství BEN – technická literatura, Věšínova 5, Praha 10

Jiří Roubal, Petr Hušek a kol.: Regulační technika v příkladech

BEN – technická literatura, Praha 2011

1. vydání

**ISBN 978-80-7300-260-2** (tištěná kniha)

**ISBN 978-80-7300-411-8** (elektronická kniha v PDF)

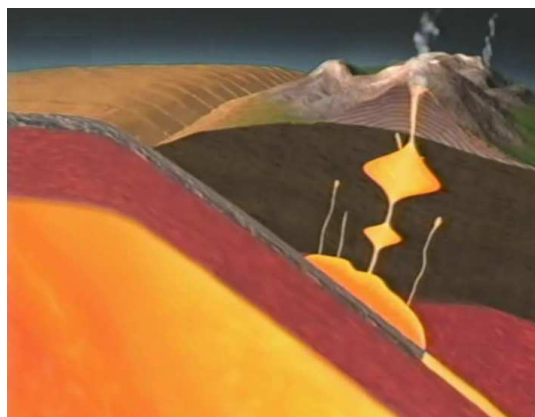
Ševče,  
na nikoho se nepovyšuj,  
před nikým se neponižuj.  
Král Miroslav

# Předmluva

## Kde se vzala, tu se vzala, *zpětná vazba*

Obvykle je obtížné říci, který pojem či která vlastnost je pro daný obor nejdůležitější. V našem oboru, tedy v *regulační technice*, můžeme tento pojem vyslovit bez váhání. Je to *zpětná vazba*. Ptáme-li se, kdy tento pojem vznikl, musíme jít v minulosti mnohem dál než se na Zemi objevil první člověk, mnohem dál než vznikla naše planeta a Sluneční soustava. Musíme se vrátit až k počátkům vesmíru. Již od těch dob příroda zpětnou vazbu využívá. Lidé ji od přírody pouze „opsali“.

Zpětná vazba hrála například důležitou roli při vývoji teplotního klimatu na naší planetě (BBC THE LEARNING CHANNEL, 1998). Země ve své 4,5 miliard let dlouhé historii dokázala jako jediná ve Sluneční soustavě udržet takové klima, aby se zde mohl vyvinout život. Například oxid uhličitý způsobuje v atmosféře skleníkový efekt. To znamená, že pokud ho bylo v atmosféře přebytek, teplo se nemohlo dostat ze Země pryč do vesmíru a planeta se díky slunečním paprskům a vlastním zdrojům energie oteplovala. To způsobilo větší bujení života (především rostlinstva), který naopak oxid uhličitý z atmosféry odnímal, což zabránilo přehřátí planety. Oxid uhličitý se pak zásluhou vápenců usazoval na dně oceánů a díky deskové tektonice (pohybu zemských desek), kterou umožňuje velké množství vody na Zemi, se tyto usazeniny spolu s deskami podsouvaly pod jiné desky. Tím se dostaly do hloubky, kde se vlivem vysoké teploty roztavily, a tak se oxid uhličitý vulkanickou činností mohl opět dostat do atmosféry. Geologické pochody v kombinaci se životem na Zemi řídily obsah oxidu uhličitého v atmosféře a tím stabilizovaly naše podnebí (BBC THE LEARNING CHANNEL, 1998).



Geologické pochody v kombinaci se životem na Zemi řídily obsah oxidu uhličitého v atmosféře a tím stabilizovaly naše podnebí (BBC THE LEARNING CHANNEL, 1998).

Dalším příkladem zpětné vazby může být vývoj dravců (lovců) a kořistí (obětí) ve volné přírodě. Pokud je málo kořisti, začnou dravci vymírat hladem. Tím má kořist méně nepřátel a začne se množit. To pro dravce znamená více potravy, a tak jejich počet začne opět růst. V určitou dobu jich však bude tolik, že počet kořistí začne opět klesat, a dravci díky tomu začnou znovu vymírat (VOLTERRA, V., 1931). A tak to půjde stále dokola.



Doposud uvedené zpětné vazby byly stabilní. Vždy docházelo ke konvergenci nějaké veličiny, případně k nějakým periodicky se opakujícím oscilacím. Zpětná vazba však může být i opačného charakteru, může docházet k nestabilitě. Vraťme se například k vývoji teplotního klimatu na Zemi, kde docházelo k cyklickým *stabilním* oscilacím oxidu uhličitého v atmosféře.



Podíváme-li se na naše nejbližší planetární sousedy Venuši a Mars, víme, že na těchto planetách došlo k teplotním extrémům. Na Venuši došlo k přehřátí planety, její atmosféra je hustá a přesycená oxidem uhličitým díky tomu, že je tato planeta blíže ke Slunci a teplo přijaté a teplo způsobené vlastní vulkanickou činností bylo větší než teplo, které odcházelo pryč do vesmíru. Naopak na Marsu došlo k opačnému jevu. Vnitřní energie Marsu a menší přísun tepla od Slunce díky větší vzdálenosti nestačilo pokrýt únik tepla do vesmíru a Mars zamrzl (BBC THE LEARNING CHANNEL, 1998). Obě zpětné vazby, na Marsu i na Venuši, byly *nestabilní*.



## Zpětná vazba je *všude* kolem nás

I když si to možná ani neuvědomujete, zpětná vazba je všude kolem nás. Například to, že dokážeme stát na nohou, aniž bychom spadli na zem, je také díky zpětné vazbě. Lidský mozek vyhodnocuje naši polohu pomocí sensorů, jako jsou například oči, a stimuluje jednotlivé svaly tak, abychom rovnováhu udrželi. Sami si můžete vyzkoušet, že je mnohem obtížnější udržet rovnováhu v momentě, kdy oči zavřete. V takovém případě dojde totiž k rozpojení zpětné vazby od sensorů zraku. Ptáte-li se, proč však někteří z Vás rovnováhu přesto udrží, je to proto, že oko není ve skutečnosti jediný sensor polohy. Mozek například vyhodnocuje polohu lidského těla také pomocí tekutiny ve vnitřním uchu. Zásadně je rozpojení zpětné vazby patrné v bezvědomí, kdy se lidské tělo okamžitě skácí k zemi.

Zpětná vazba zasahuje i do společenských věd. Představte si, že zákonodárci vymyslí s nejlepším úmyslem nový zákon. Dokud tento zákon není prověřen v praxi, nemůžeme mít jistotu, zda je vyhovující. Až poté, jak na něj zareaguje společnost, je třeba zákon doladit tak, aby zajišťoval původně zamýšlené úmysly.

Zpětná vazba se také významně projevuje i při **Vašem studiu!** Pokud posloucháte pozorně na přednášce a říkáte si: „To je jasné, tomu dobře rozumím“, tak jste se vlastně



nic nenaučili. Překvapuje Vás to? Jistě jste už zažili situaci, že jste poté přišli na test a najednou jste nevěděli, jak příklady vyřešit. Je to tím, že jste porušili zpětnou vazbu. Nevyzkoušeli jste si příklady vypočítat sami, a tím jste nenarazili na spoustu zádrhelů, které se i při pečlivém poslechu přednášky neobjeví.

Pokud byste si některé příklady zkusili před testem sami vyřešit, přišli byste na tyto problémy včas a mohli se na ně zeptat vyučujících, a tím si rozšířit své znalosti. Možná Vás teď napadne otázka: „Proč jsme na tyto zádrhly nebyli upozorněni již na přednášce?“ Odpověď je jednoduchá. Jednak to není možné, protože těchto zádrhelů je příliš mnoho a některé už ani samotného vyučujícího nenapadnou (on už látce „dokonale“ rozumí) dokud na ně student nezavede řeč právě díky tomu, že on se to teprve učí. A jednak byste se opět nic nenaučili, protože by zpětná vazba nebyla uzavřená. Měli byste ve své paměti jen seznam nějakých dalších informací, ve kterém byste nemuseli vidět všechny souvislosti. Proto je nutné, abyste při Vašem studiu byli aktivní a řešili samostatně příklady, které Vás přivedou na spoustu zajímavých otázek. Přemýšlením nad nimi si časem uvědomíte spoustu souvislostí a příprava na zkoušky pro Vás bude mnohem snazší. Nemyslíme to ale tak, že si poslední den před zkouškou vyřešíte všechny příklady najednou. V takovém případě nebudete mít dostatek času, abyste si všechny souvislosti uvědomili. Jednoduše řečeno, chcete-li do nějakého oboru dobře proniknout, musíte ho studovat průběžně.



Dalším negativním důsledkem toho, že by Vám vyučující sdělil úplně všechno, je to, že byste přišli o možnost jednou sami něco vymyslet. Měli byste totiž dokonale vyšlapanou cestu poznání a nebyl by důvod z ní sejít. Pokud budete ale „zavedeni pouze na první křižovatku“, máte možnost prozkoumat další cesty poznání sami. Jen tak mohly v minulosti vzniknout nové nápady a vynálezy. *To potvrzuje jedna velká moudrost, která říká, že student není nádoba, kterou mají učitelé naplnit, nýbrž pochodně, kterou je třeba zapálit.* To si ale bohužel uvědomuje jen málo lidí ;-(.

$$E=mc^2$$

Co tím vším chceme říci? Když se svého vyučujícího neptáte, porušujete tak zpětnou vazbu a on pak není schopen poznat, zda jste jeho výkladu porozuměli či nikoli. Ve Vašem životě jde především o Váš život, a pokud porušíte zpětnou vazbu, pak je to bohužel především Vaše chyba, když se něco nenaučíte nebo když ve svém životě něčeho nedosáhnete. Zpětná vazba je jediným způsobem, který na světě funguje! O tom jsme se Vás zde snažili přesvědčit. A tak bychom mohli pokračovat do nekonečna. Vezměme tedy na vědomí, že **zpětná vazba je všude kolem nás**, tak proč ji nevyužít.

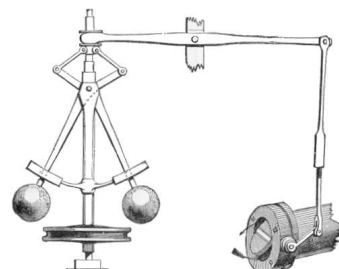
## Počátek *teorie řízení*

O historii zpětné vazby bylo jistě napsáno mnoho zajímavé literatury. Jednou z nich je (MAYR, O., 1970). Zde se můžete například dočíst, že z důvodu nutnosti relativně přesného *měření času* vytvořil člověk první zpětnou vazbu již kolem roku 270 před naším letopočtem pro regulaci průtoku ve vodních hodinách. Mnoho dalších informací je také možné nalézt na internetu, například na stránkách (*Wikipedie – Otevřená encyklopedie* [online], 2009).

Zásadním zlomem v regulační technice však byla až průmyslová revoluce v Evropě v 17. století a především pak Wattův regulátor otáček parního stroje, viz obr. 1, vynalezený v roce 1769 (MAYR, O., 1970). Šlo o jednoduchý princip. Když se motor točil rychle, závaží se díky odstředivé síle zdvihala a tím přivírala přísun páry a otáčky klesaly. Tento krásný a elegantní způsob regulace měl však jednu vadu. Někde fungoval a někde nefungoval.

A tak až v roce 1868, kdy James Clerk Maxwell publikoval první matematickou práci o zpětné vazbě (MAXWELL, J. C., 1868), se vysvětlilo, proč Wattův regulátor nefungoval. Regulační smyčka byla totiž někdy nestabilní v závislosti na rozměrech jednotlivých komponent regulátoru.

Od té doby až do konce 19. století mluvíme o *prvotní etapě řízení*. Další velký rozmach zaznamenala regulace bohužel až díky první a druhé světové válce. Do roku 1960 pak mluvíme o *klasické etapě* vycházející z přenosového (vnějšího) popisu systémů. Šedesátá a sedmdesátá léta 20. století využívala stavový (vnitřní) popis systémů a říkáme jí *moderní etapa*. V dalších letech mluvíme pak o *etapě postmoderní*.



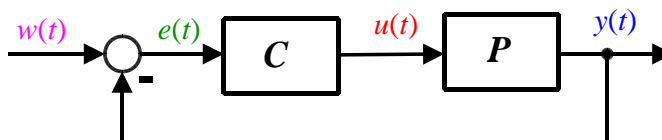
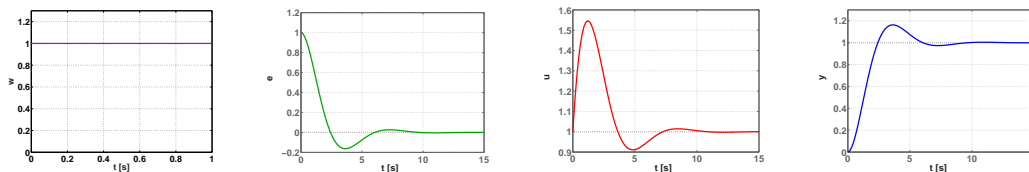
Obrázek 1: Wattův regulátor parního stroje

## O co vlastně v regulaci jde



Jednou z nejčastěji používaných zpětných vazeb, se kterou se setká každý člověk, je nastavení teploty vody ve sprše. Když nastavujete teplotu vody ve sprše, nevyužíváte nic složitějšího než je zpětná vazba. Pokud je voda příliš studená, otevřete více kohoutek s teplou vodou a naopak, když je voda příliš horká, kohoutek teplé vody přivřete. To, jak rychle se Vám podaří nastavit optimální teplotu vody, závisí na Vaší šikovnosti, neboli na kvalitě zpětné vazby. A právě tímto se v regulační technice zabýváme.

Základním principem v regulační technice je tedy navrhnout nějaký regulátor  $C$  (z anglického *controller*) tak, aby se regulovaná soustava  $P$  (z anglického *plant*) chovala podle našich požadavků, viz obr. 2. Jinými slovy navrhnout takový bloček  $C$ , který bude generovat **akční zásah (řídící/manipulovatelnou veličinu)  $u(t)$**  do řízeného systému tak, aby se výstup tohoto systému (**regulovaná veličina)  $y(t)$**  co nejvíce blížil jeho **žádané hodnotě  $w(t)$** . Veličinu  $e(t) = w(t) - y(t)$  nazýváme **regulační odchylka**. Více v kapitole 14.



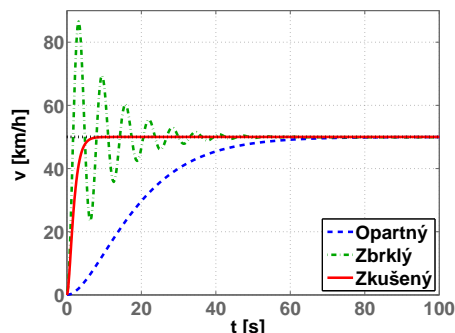
Obrázek 2: Základní regulační smyčka



Představte si situaci, že jdete prvně do autoškoly a nikdy předtím jste žádné auto neřídili a ani o tom nic nevíte. V momentě, kdy Vám instruktor například řekne: „Jeďte rychlostí 50 kilometrů za hodinu,“ čímž definuje žádanou veličinu  $w(t)$ , tak nevíte a nemůžete vědět, co máte dělat, protože o řízení automobilů nic nevíte. Instruktor Vám tedy řekne: „Ručička na tachometru ukazuje aktuální rychlost automobilu,“ čímž definuje výstupní regulovanou veličinu  $y(t)$ , „a sešlápnutím pedálu plynu je možné tuto rychlost zvyšovat a naopak povolením pedálu plynu snižovat,“ čímž definuje akční veličinu  $u(t)$ . Nyní již znáte vstup i výstup naší soustavy a můžete zkusit na základě těchto informací uvést automobil do pohybu.

Protože stojící automobil má aktuální rychlost menší než žádaných 50 km/h, sešlápnete pedál plynu a automobil začne zrychlovat. To pozorujete na tachometru. V momentě, kdy je aktuální rychlost větší než žádaná, uvolníte v souladu s radami od instruktora pedál plynu a rychlost automobilu začne klesat, až bude opět menší než je žádaných 50 km/h. Takto budete dokola sešlapávat a uvolňovat pedál plynu, až dosáhnete žádané rychlosti.

Jistě si dovedete představit, že to, jak rychle dosáhnete žádané rychlosti, bude záviset nejen na vlastnostech samotného automobilu, ale také na vlastnostech Vašich. V případě, že jste opatrný řidič, budete se rozjíždět pomalu a rychlost se bude pomalinku blížit žádané. V případě, že jste zbrklý řidič, sešlápnete pedál plynu až na podlahu a automobil brzo a hodně přesáhne žádanou hodnotu, pak prudce uberete a rychlost zase hodně klesne a tak dále, viz obr. 3. V obou případech to není moc dobrý styl jízdy. V prvním případě se rozjíždíte příliš dlouho, jste tedy na vozovce překážkou a delší dobu unikají splodiny do ovzduší. Ve druhém případě je motor při extrémních otáčkách příliš hlučný, dochází k nekvalitnímu spalování a opět k úniku škodlivin do ovzduší. Ani styl jízdy nepůsobí zrovna uklidňujícím dojmem na ostatní řidiče a ostatní účastníky silničního provozu.



Obrázek 3: Rychlost automobilu

V obou případech to není moc dobrý styl jízdy. V prvním případě se rozjíždíte příliš dlouho, jste tedy na vozovce překážkou a delší dobu unikají splodiny do ovzduší. Ve druhém případě je motor při extrémních otáčkách příliš hlučný, dochází k nekvalitnímu spalování a opět k úniku škodlivin do ovzduší. Ani styl jízdy nepůsobí zrovna uklidňujícím dojmem na ostatní řidiče a ostatní účastníky silničního provozu.

Pro kvalitní dosažení žádané hodnoty rychlosti je třeba znát *dynamický model* automobilu. Tedy nejen sešlápni pedál plynu, uvolni pedál plynu, což můžeme považovat za *statický model* (v čase neproměnný), ale právě popis jak rychle se automobil rozjíždí, když takovým a takovým způsobem sešlápnete pedál plynu. V regulační technice budeme mít dynamický model systému tvořený převážně diferenciálními (pohybovými) rovnicemi. Modelováním reálných dynamických systémů se budeme zabývat v kapitole 11. Procesu získávání modelu fyzikální reality říkáme *identifikace* systému a v našem příkladě s automobilem ji vlastně provádíte tím, že se učíte jezdit. Na identifikaci dynamických systémů a její praktické aspekty se zaměříme v kapitole 12. Tyto partie jsou vyučovány na ČVUT v Praze (<http://www.cvut.cz/>) v bakalářském předmětu *Systémy a modely*. Pro praktickou výuku jsou využívány přípravy, které se nacházejí v *Laboratoři teorie automatického řízení* (<http://support.dce.felk.cvut.cz/lab26/>) (ROUBAL, J. et al., 2009; HOLEČEK, J., 2008; HÁJEK, J., 2009).

V momentě, kdy máme dynamický model systému, přichází další krok a to je vlastní *návrh regulátoru*, neboli návrh algoritmu řízení. Základní návrhy regulátorů jsou vy-



učovány na ČVUT v Praze v rámci bakalářského předmětu *Systémy a řízení*. V momentě, kdy už řidič ví, jak automobil reaguje na změny vstupu, může dosáhnout žádané výstupní veličiny mnohem lépe, viz obr. 3. On má již vlastně naučený regulátor ve své hlavě. My k tomu v regulační technice budeme využívat různé matematické metody, z nichž některé zde i uvedeme.

Možná Vás nyní napadne, že model automobilu není pouze závislost mezi pedálem plynu a rychlostí automobilu. Chování automobilu ovlivňuje samozřejmě mnoho dalších okolností, jako je přilnavost pneumatik k povrchu vozovky, vlhkost vozovky a podobně. V momentě, kdy například zaprší, můžete se svým regulátorem ve Vaší hlavě lehce v zatáčce opustit vozovku, pokud jste příliš agresivní řidič, protože se reálný systém změnil, ale Váš model tuto informaci nemá. Opět tedy musíte vzít v potaz nové faktory a provést identifikaci znovu, to je naučit se o systému více. Pak budete schopni jezdit bezpečně za sucha i za mokra a tak dále. V regulační technice je vždy přesnost modelu zásadní otázkou. Na jedné straně chceme mít model systému co nejpřesnější, abychom byli schopni navrhnout dobrý regulátor. Na druhé straně se nám bude pro příliš složitý model navrhovat regulátor obtížněji. Proto vždy musíme zvolit jistý kompromis tak, aby v modelu byly zahrnuty všechny podstatné vlastnosti systému.

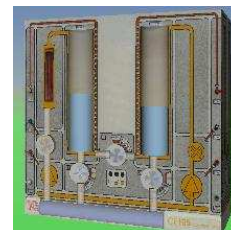
Tím ale regulace nekončí. Například cena paliva není již dnes zanedbatelná, a tak budete třeba chtít jezdit s minimální spotřebou. To znamená, že musíte zjistit závislost spotřeby paliva na stylu jízdy. Poté musíte definovat nějaké **kritérium** kvality regulace obsahující tuto závislost a podle něho navrhnout nový regulátor, který zajistí minimální spotřebu paliva. Tento typ řízení je vyučován na ČVUT v Praze například v rámci magisterského předmětu *Moderní teorie řízení*. Problémů v oblasti řízení je samozřejmě mnohem a mnohem víc a na ČVUT v Praze se s nimi můžete seznámit například v předmětech *Teorie dynamických systémů* a dále v rámci volitelných předmětů *Odhadování a filtrace*, *Robustní řízení* a *Nelineární systémy*. My však zde tento příklad ukončíme s konstatováním, že v regulační technice jde především o tyto body:

1. určení vstupů a výstupů systému,
2. identifikace systému (určení chování systému na výstupech pro nějaké chování vstupů),
3. návrh regulátoru pro zajištění požadovaných vlastností; testování regulátoru na počítači; aplikace regulátoru na reálném systému; případně návrh v nějakém smyslu optimálního regulátoru.

## Pro koho je tato kniha určena

Tato kniha je myšlena zejména jako podpora pro výuku v *Laboratoři teorie automatického řízení* (<http://support.dce.felk.cvut.cz/lab26/>)

(ROUBAL, J. et al., 2009; HOLEČEK, J., 2008; HÁJEK, J., 2009) a je určena všem těm, kteří mají zájem dozvědět se něco o základech regulace a třeba i zjistit, že je tento obor, jako řada dalších, velmi zajímavý.



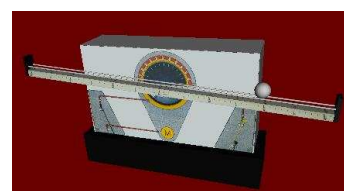
Nechceme nikoho mást, a tak hned zde narovinu říkáme, že Vám tato kniha nepomůže udělat snáze zkoušku tím, že si ji přes noc přečtete. Klademe důraz zejména na to, abyste hlavně *pochopili* spoustu souvislostí *při samostatném řešení příkladů*, a tím se možná stal náš obor pro Vás zajímavý. Nechceme tu tajit, že pro to, abyste udělali zkoušku z nějakého předmětu, nemusíte zdaleka tolik věcí chápat. Stačí se je jen nabiflovat a můžete předmět zakončit i s výborným prospěchem. Něco pochopit stojí více námahy, ale přináší to větší uspokojení ze studia, ve vyšších ročnících méně práce a v odborné praxi i snazší uplatnění. Rozhodněte se sami, zda chcete věci chápat a nebo zda se je budete pouze biflovat nazpaměť. Oba způsoby vedou k úspěšnému ukončení studia. Volba je pouze na Vás!

## Proč tato kniha vznikla ve spolupráci se studenty

Odpověď je velmi prostá. Mluvili jsme o tomto problému výše, když jsme popisovali zpětnou vazbu učitel-student. Učitelé s běžícím časem zapomínají, co bylo při studiu těžší a co bylo lehčí. Také někdy nemají rozumnou soudnost a snaží se do studentů nalít co nejvíce informací, což podle nás není zrovna ideální cesta poznání. Myslíme si, že je lepší, když toho student slyší méně, ale dobře tomu porozumí. Studenti též přinášejí mnoho zajímavých problémů právě díky svým neznalostem, které by kantora už třeba ani nenapadly.

## Jak tuto knihu studovat

Rádi bychom zdůraznili, že si tato kniha neklade za cíl nahradit českou ani zahraniční literaturu, protože již existuje řada knížek o regulaci a modelování, například (DORF, R. C. a BISHOP, R. H., 2007; FRANKLIN, G. F. et al., 2005; NOSKIEVIČ, P., 1999). Naše představa je, že by měla sloužit zejména jako pomůcka při Vašem



studiu v Laboratoři teorie automatického řízení (<http://support.dce.felk.cvut.cz/lab26/>) (ROUBAL, J. et al., 2009; HOLEČEK, J., 2008; HÁJEK, J., 2009). Nenaleznete tu nijak hlubokou teorii nebo dokonce vědu. Spíše se zde budeme snažit nastínit různé problémy na konkrétních příkladech a pokusíme se jednotlivé kapitoly opatřit zajímavými neřešenými příklady, jejichž vyřešení by Vám mělo ukázat mnohé souvislosti, které nejsou při pouhém biflování teorie vidět.

Každá kapitola se skládá ze tří částí, které můžeme rozdělit zhruba takto. První podkapitola je jakési shrnutí teorie, které byste měli znát z přednášek nebo z jiné literatury. My zde tyto podkapitoly uvádíme spíše proto, abychom v této knize zavedli jednotné značení veličin, které není v literatuře vždy stejné. Druhá podkapitola obsahuje jednoduché řešené příklady k lepšímu pochopení pojmů a třetí podkapitola (z důvodu velikosti knihy je rozdělena do dvou částí – první část naleznete v tištěné knize, druhou část v příloze) se skládá z neřešených příkladů s přiloženými výsledky. V hlavních kapitolách již nevysvětlujeme jednotlivé partie matematiky, které používáme. Ty byste již měli znát z jiných kurzů. Přesto však uvádíme stručný přehled matematiky v přílohách A až F.

Doporučujeme Vám, abyste při studiu této knihy postupovali takto. Přečtěte si nejprve první část kapitoly, abyste si ujasnili pojmy, které jste slyšeli na přednášce. Poté si pečlivě projděte řešené příklady, vraťte se k první části a znovu si ji pečlivě prostudujte. Tentokrát už byste měli mít lepší představu, co jednotlivé pojmy znamenají, protože jste se s nimi setkali v příkladech. Také problémy, na které jste v příkladech narazili, by Vám měly být jasnější. Nyní ovšem neudělejte tu *velkou chybu*, kterou udělala již spousta lidí včetně nás autorů. Neřekněte si nyní, že danému tématu rozumíte dokonale a nepřejděte k další kapitole. Mluvili jsme o tomto problému výše, když jsme popisovali zpětnou vazbu učitel-student. Nezapomeňte, že nyní máte ve své paměti pouze seznam nějakých informací a to, zda je budete umět používat, se ukáže až v té chvíli, kdy se pokusíte vyřešit neřešené příklady. Až pak můžete opravdu říci, jak dobře jste danému tématu porozuměli.

## **Proč je nutné nejprve studovat teorii a až poté přejít k praxi**

Lidé našli odpověď na tuto otázku již při problémech s Wattovým regulátorem otáček parního stroje, viz obr. 1. Studenti ale svým učitelům často vyčítají, že volí příliš umělé příklady, které nemají s realitou nic společného. To je mnohdy pravda, ale musíte si uvědomit, že není možné vysvětlovat věci na složitých modelech. Již Jan Amos Komenský říkal, kromě *schola ludus* (škola hrou), postupovat *od lehčího k těžšímu*, což je velké moudro! Představte si, že bychom Vám vysvětlovali nějaké principy na systémech

typu letadlo Boeing 747. Musíte sami uznat, že už při představě těch tisíců vstupních a výstupních signálů, tisíců snímačů a akčních členů, je skoro malý zázrak, že to celé funguje.

Jak říkal Richard P. Feynman (FEYNMAN, R. P. et al., 2000), držitel Nobelovy ceny za fyziku, svým studentům: „My víme, že byste se chtěli naučit vše hned s co nejmenším úsilím, ale to není fér a ani to není možné. Je potřeba postupovat po jednotlivých krocích a získávat odborné znalosti postupně. Jen tak se z Vás mohou stát v budoucnu schopní lidé, kteří budou umět řešit problémy. Proto učitelé vysvětlují jednotlivé principy na umělých modelech, kde jsou tyto věci dobře vidět. Až tyto základy pochopíte, budete je moci používat v praxi, a zabývat se mnohem složitějšími a komplikovanějšími problémy, které s praxí přicházejí.“ Jednoduše řečeno; zde, jako i v jiných oborech, se musíte hodně naučit, než budete moci „řídít Boeing 747“. Nelze stavět dům od pátého patra, ale je třeba začít od základů! Bude to vyžadovat hodně Vaší práce, ale až se budete blížit k cíli, sami uznáte, že to stálo za to. Přejeme Vám mnoho zdaru nejen při studiu této knihy, ale i ve Vašem osobním i profesním životě.

autoři

## Poděkování

Tato kniha je napsána v  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ <sup>1</sup> (SCHENK, C., 2009) a simulace jsou prováděny v prostředí MatLab/Simulink (THE MATHWORKS, 2009; HUMUSOFT, 2009) verze R2006b (7.3.0.267). Kniha vznikla po několikaletých zkušenostech jak studentských, tak pedagogických, strávených nejen studiem teorie, ale zejména její aplikací v Laboratoři teorie automatického řízení 26 (<http://support.dce.felk.cvut.cz/lab26/>) katedry řídicí techniky Fakulty elektrotechnické Českého vysokého učení technického v Praze.

Závěrem bychom rádi poděkovali katedře řídicí techniky, FEL, ČVUT v Praze za možnost získání odborných znalostí zejména studiem a výukou v Laboratoři teorie automatického řízení 26 (<http://support.dce.felk.cvut.cz/lab26/>). Náš dík patří také našim rodinám za jejich podporu, všem těm učitelům, kteří nás motivovali ke studiu už od dětských let a v neposlední řadě všem našim nadšeným studentům, kteří v nás neustále živí víru, že naše práce má smysl.

---

<sup>1</sup> $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$  je rozšíření systému  $\text{\LaTeX}$  což je kolekce maker pro  $\text{\TeX}$ .  $\text{\TeX}$  je ochranná známka American Mathematical Society.

## Několik slov o autorech

*Jirka Roubal* se narodil v Lounech v Československu a byl zaměstnán na katedře řídicí techniky ČVUT FEL jako odborný asistent a správce Laboratoře teorie automatického řízení 26 (<http://support.dce.felk.cvut.cz/lab26/>). K jeho nejoblíbenějším zálibám patří tenis, pedagogika, hra na klavír a v neposlední řadě Divadlo Járy Cimrmana a Divadlo Spejbla a Hurvínka. Jirka Roubal věří v pravdu, fair play a ve zpětnou vazbu. Je iniciátorem a koordinátorem této knihy, autorem předmluvy, kapitoly Motivace pro řízení, kapitol 12.1.1, 12.1.2, 12.2.1, 12.2.2 týkající se identifikace dynamických systémů, kapitoly 13 Několik závěrečných slov k modelování dynamických systémů, kapitoly 16 Geometrické místo kořenů (GMK), kapitoly 17 Nyquistovo kritérium stability, kapitoly 18 Regulace v praxi, kapitoly 19 Několik závěrečných slov k řízení dynamických systémů a příloh E Maticový počet, F Integrovní počet, G MatLab/Simulink. Další informace o něm naleznete na jeho stránkách (ROUBAL, J., 2009).

*Petr Hušek* se narodil v Chlumci nad Cidlinou a je zaměstnán na katedře řídicí techniky ČVUT FEL jako odborný asistent a vědecko výzkumný pracovník. Je korektorem celé této knihy. Ve volném čase nejraději hraje tenis, cestuje po zemích, kam by ostatní nevkročili, a pěšky obdivuje krásy této a slovenské země.

*Richard Bobek* se narodil v České Lípě a je studentem oboru Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické. Mezi jeho záliby patří cyklistika, badminton a plavání. Je autorem kapitoly 10 Blokovaná algebra a příkladu 12.22, které jsou součástí jeho bakalářské práce (BOBEK, R., 2009).

*Karel Boček* pochází z Českých Budějovic a je studentem oboru Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické. Mezi jeho záliby patří spravování kol, cyklistika a rybolov. Je autorem modelovaných systémů s virtuální realitou, příklady 11.4, 11.5 a 11.7, které jsou součástí jeho bakalářské práce (BOČEK, K., 2007).

*Karel Jonáš* se narodil v Praze a studuje obor Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické. Mezi jeho záliby patří především matematika, programování, fotografování, cyklistika a turistika. Je autorem přílohy H «GUI\_Navrh\_PID», která je součástí jeho bakalářské práce (JONÁŠ, K., 2008).

*Jiří Machač* se narodil v Táboře a je studentem oboru Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické. Mezi jeho záliby

patří sport, filmy a literatura s fantasy a SCI-FI tematikou a Divadlo Jára Cimrmana. Je autorem kapitoly 4 Řešení stavových rovnic, příkladu 12.20 a grafického rozhraní v příloze H «[GUI.State.portrait](#)», které jsou součástí jeho bakalářské práce (MACHAČ, J., 2009).

*Miroslav Pech* se narodil v Hradci Králové a je studentem oboru Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické. Je autorem kapitoly 14 Regulační smyčka a základní typy PID regulátorů a kapitoly 15 Frekvenční metody návrhu PID regulátorů s přílohou H «[GUI.PID.freq.design](#)», které jsou součástí jeho bakalářské práce (PECH, M., 2008).

*Tomáš Pešek* se narodil v Mladé Boleslavi a je studentem oboru Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické. Je autorem kapitoly 9 Diskretizace a přílohy C  $\mathcal{Z}$ -transformace, které jsou součástí jeho bakalářské práce (PEŠEK, T., 2006).

*Petr Procházka* se narodil v Chomutově a je studentem oboru Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické. Mezi jeho záliby patří sport (volejbal, cyklistika a jiné) a dopravní technika (železnice a letectví). Je autorem kapitol 6 Časové charakteristiky, 7 Souvislosti časový a frekvenčních charakteristik a modelu systému s virtuální realitou v příkladě 11.1, které jsou součástí jeho bakalářské práce (PROCHÁZKA, P., 2008).

*Martin Roman* se narodil se v Frýdlantě v Čechách, je studentem oboru Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze. Mezi jeho záliby patří cestování, turistika a automobily. Je autorem kapitoly 3 Vnitřní a vnější popis lineárních dynamických systémů, která jsou součástí jeho bakalářské práce (ROMAN, M., 2007).

*Adéla Šemelíková* pochází z Kladna a je studentkou oboru Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické. Mezi její záliby patří cyklistika a ekologie. Je autorkou kapitoly 2 Linearizace a přílohy D Metody aproximace funkcí, které jsou součástí její bakalářské práce (ŠEMELÍKOVÁ, A., 2006).

*Jan Sova* se narodil v Kutné Hoře v roce 1985, kde po základní škole studoval Střední průmyslovou školu, obor sdělovací technika. Na ČVUT v Praze studuje Kybernetiku a měření se zaměřením na měřicí a přístrojovou techniku. Věnuje se biomedicínské technice, programování a zpracování digitálních signálů. Je autorem přílohy B Laplaceova transformace.

*Jan Šíba* se narodil v Praze a studuje obor Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické. Mezi jeho záliby patří bojové sporty a herpetofauna. Je autorem kapitoly 12 Identifikace systémů, která je součástí jeho bakalářské práce (ŠÍBA, J., 2008).

*Libor Šteffl* se narodil v Praze a je studentem oboru Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické. Je autorem kapitoly 5 Frekvenční charakteristiky, která je součástí jeho bakalářské práce (ŠTEFFL, L., 2006).

*Josef Valo* pochází z Ostrova u Karlových Varů a je mu 22 let. Momentálně je studentem na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické a pracuje jako programátor pro letecké systémy. Je autorem přílohy A Komplexní čísla.

*Jan Váňa* pochází z Lipníka nad Bečvou a je studentem oboru Kybernetika a měření na Českém vysokém učení technickém v Praze, Fakultě elektrotechnické. Mezi jeho záliby patří hlavně tenis a plavání. Je autorem modelovaných systémů s virtuální realitou, příklady 11.2, 11.3, 11.6 a 12.23, které jsou součástí jeho bakalářské (VÁŇA, J., 2007) a diplomové práce (VÁŇA, J., 2009).

*Povídá jeden: „Haló, pane. Váš pes támhle honí nějakýho  
člověka na kole.“*

*Ten říká: „Hmm, tak to náš pes nebude, ten vůbec na  
kole jezdit neumí.“*

*Felix Holzmann*



# Obsah

Předmluva	i
Seznam použitých symbolů	xxi
Motivace pro řízení	1
<b>I Modelování dynamických systémů</b>	<b>11</b>
<b>1 Klasifikace systémů</b>	<b>13</b>
1.1 Příklady . . . . .	14
1.2 Úlohy . . . . .	17
<b>2 Linearizace</b>	<b>19</b>
2.1 Lokální linearizace nelineárních systémů . . . . .	19
2.2 Příklady . . . . .	21
2.3 Úlohy . . . . .	32
<b>3 Vnitřní a vnější popis dynamických systémů</b>	<b>33</b>
3.1 Vnitřní (stavový) popis . . . . .	34
3.2 Vnější (přenosový) popis . . . . .	36
3.3 Příklady . . . . .	37
3.4 Úlohy . . . . .	53
<b>4 Řešení stavových rovnic systému</b>	<b>55</b>
4.1 Analytické řešení stavových rovnic systému . . . . .	55
4.1.1 Módy systému . . . . .	56
4.1.2 Řešení pomocí Laplaceovy transformace . . . . .	56
4.2 Numerické řešení stavových rovnic . . . . .	57

4.3	Příklady . . . . .	58
4.4	Úlohy . . . . .	68
<b>5</b>	<b>Frekvenční charakteristiky</b>	<b>69</b>
5.1	Frekvenční přenos a frekvenční charakteristika . . . . .	70
5.1.1	Bodeho frekvenční charakteristiky . . . . .	71
5.1.2	Frekvenční charakteristika v komplexní rovině . . . . .	78
5.1.3	Nicholsova frekvenční charakteristika . . . . .	78
5.1.4	Míry na frekvenčních charakteristikách . . . . .	78
5.1.5	Souvislost frekvenčního přenosu s přenosovou funkcí . . . . .	79
5.2	Příklady . . . . .	80
5.3	Úlohy . . . . .	94
<b>6</b>	<b>Časové charakteristiky</b>	<b>95</b>
6.1	Časové charakteristiky lineárních dynamických systémů . . . . .	96
6.1.1	Impulsní charakteristika . . . . .	96
6.1.2	Přechodová charakteristika . . . . .	96
6.1.3	Odezva na obecný vstupní signál . . . . .	97
6.2	Příklady . . . . .	97
6.3	Úlohy . . . . .	103
<b>7</b>	<b>Souvislosti časových a frekvenčních char.</b>	<b>105</b>
7.1	Souvislost časové a frekvenční oblasti . . . . .	106
7.2	Příklady . . . . .	107
7.3	Úlohy . . . . .	110
<b>8</b>	<b>Diskrétní systémy</b>	<b>111</b>
8.1	Popis a vlastnosti diskretních systémů . . . . .	112
8.1.1	Vnitřní popis diskretních systémů . . . . .	112
8.1.2	Vnější přenosový popis diskretních systémů . . . . .	112
8.1.3	Řešení stavových rovnic diskretních systémů . . . . .	113
8.1.4	Stabilita diskretních systémů . . . . .	114
8.2	Příklady . . . . .	115
8.3	Úlohy . . . . .	119

<b>9</b>	<b>Diskretizace</b>	<b>121</b>
9.1	Tvarování a vzorkování signálu . . . . .	122
9.1.1	Volba periody vzorkování . . . . .	124
9.2	Diskretizační metoda ZOH . . . . .	124
9.3	Metody přibližné diskretizace . . . . .	127
9.4	Příklady . . . . .	128
9.5	Úlohy . . . . .	135
<b>10</b>	<b>Bloková algebra</b>	<b>137</b>
10.1	Základní zapojení systémů . . . . .	137
10.2	Příklady . . . . .	140
10.3	Úlohy . . . . .	145
<b>11</b>	<b>Modelování fyzikálních systémů</b>	<b>147</b>
11.1	Úlohy . . . . .	185
<b>12</b>	<b>Identifikace systémů</b>	<b>187</b>
12.1	Příklady . . . . .	188
12.1.1	Volba identifikačního experimentu . . . . .	208
12.1.2	Postup při identifikaci reálného systému . . . . .	209
12.2	Úlohy . . . . .	210
<b>13</b>	<b>Několik závěrečných slov k modelování</b>	<b>211</b>
<b>II</b>	<b>Řízení dynamických systémů</b>	<b>213</b>
<b>14</b>	<b>Regulační smyčka</b>	<b>215</b>
14.1	Regulační smyčka . . . . .	216
14.1.1	Regulátor PID . . . . .	219
14.2	Příklady . . . . .	220
14.3	Úlohy . . . . .	230
<b>15</b>	<b>Frekvenční metody návrhu regulátorů</b>	<b>231</b>
15.1	Návrh regulátorů frekvenčními metodami . . . . .	232
15.2	Příklady . . . . .	232
15.3	Úlohy . . . . .	240

<b>16 Geometrické místo kořenů (GMK)</b>	<b>241</b>
16.1 Konstrukce geometrického místa kořenů . . . . .	242
16.2 Příklady . . . . .	242
16.3 Úlohy . . . . .	248
<b>17 Nyquistovo kritérium stability</b>	<b>249</b>
17.1 Matematický aparát . . . . .	250
17.1.1 Nyquistovo kritérium stability z Cauchyovy věty . . . . .	250
17.2 Příklady . . . . .	251
17.3 Úlohy . . . . .	257
<b>18 Regulace v praxi</b>	<b>259</b>
18.1 Úlohy . . . . .	270
<b>19 Několik závěrečných slov k řízení</b>	<b>271</b>
<b>Literatura</b>	<b>273</b>
<b>Rejstřík</b>	<b>I</b>
<b>Neřešené úlohy – pokračování</b>	<b>III</b>
12.2.1 Identifikace virtuálních modelů . . . . .	XLVII
12.2.2 Identifikace laboratorních modelů . . . . .	XLVIII
<b>A Komplexní čísla</b>	<b>LXI</b>
A.1 Základní definice, věty a vlastnosti . . . . .	LXII
A.2 Příklady . . . . .	LXIV
A.3 Úlohy . . . . .	LXVII
<b>B Laplaceova transformace</b>	<b>LXIX</b>
B.1 Základní definice, věty a vlastnosti . . . . .	LXX
B.1.1 Konvoluce . . . . .	LXXIV
B.2 Příklady . . . . .	LXXV
B.3 Úlohy . . . . .	LXXX
<b>C Z-transformace</b>	<b>LXXXI</b>
C.1 Základní definice, věty a vlastnosti . . . . .	LXXXII
C.2 Příklady . . . . .	LXXXVI

C.3 Úlohy . . . . .	XCI
<b>D Metody aproximace funkcí</b>	<b>XCIII</b>
D.1 Základní definice, věty a vlastnosti . . . . .	XCIV
D.2 Příklady . . . . .	XCv
D.3 Úlohy . . . . .	C
<b>E Maticový počet</b>	<b>CI</b>
E.1 Základní definice, věty a vlastnosti . . . . .	CII
E.1.1 Základní vlastnosti a operace s maticemi . . . . .	CII
E.1.2 Čtvercové matice . . . . .	CV
E.2 Příklady . . . . .	CVIII
E.2.1 Vlastní čísla a vlastní vektory matic . . . . .	CX
E.3 Úlohy . . . . .	CXXII
<b>F Integrální počet</b>	<b>CXXVII</b>
F.1 Základní definice, věty a vlastnosti . . . . .	CXXVIII
F.1.1 Jednoduché integrály . . . . .	CXXVIII
F.1.2 Dvojné a trojné integrály . . . . .	CXXIX
F.1.3 Křivkové integrály . . . . .	CXXXI
F.2 Příklady . . . . .	CXXXIV
F.3 Úlohy . . . . .	CXLI
<b>G Matlab / Simulink</b>	<b>CXLIII</b>
G.1 Zásady programování v Matlabu/Simulinku . . . . .	CXLIII
G.2 Příklady . . . . .	CXLIV
G.2.1 M-files v Matlabu . . . . .	CXLV
G.2.2 Funkce v Matlabu . . . . .	CXLIX
G.3 Úlohy . . . . .	CLIII
<b>H ZIP – přílohy</b>	<b>CLV</b>
<b>Výsledky neřešených úloh</b>	<b>CLIX</b>